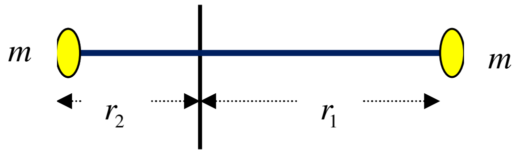
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Δ.Αθανασίου Φυσικός

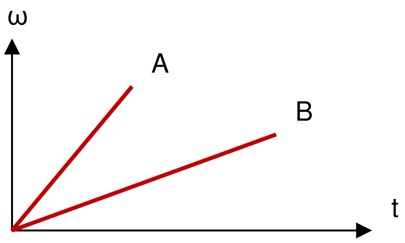
1.Οι μάζες του σχήματος περιστρέφονται γύρω από σταθερό άξονα



Οι δύο μάζες έχουν

α.την ίδια γωνιακή επιτάχυνση
β.την ίδια γωνιακή ταχύτητα
γ.την ίδια γραμμική ταχύτητα
δ.την ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση

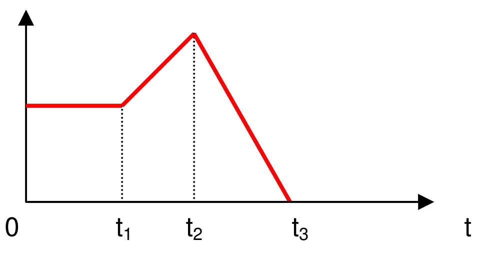
2.Δύο στερεά σώματα A και B στρέφονται γύρω από σταθερούς άξονες. Η γραφική παράσταση γωνιακή ταχύτητα – χρόνος για τα δύο στερεά είναι



Αν a_A και a_B οι αντίστοιχες γωνιακές επιταχύνσεις των δύο στερεών τότε έχομε

α. $a_A = a_B$
β. $a_A > a_B$
γ. $a_A < a_B$
δ.χρειάζονται και άλλα στοιχεία

3.Στο διάγραμμα του σχήματος δίνεται η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας ενός στερεού, που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, σε συνάρτηση με το χρόνο

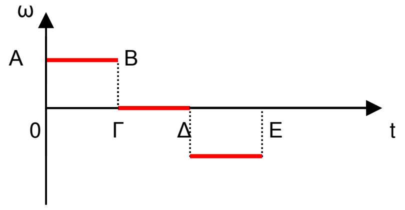


Τα είδη της κίνησης του στερεού είναι

α.ομαλή - επιταχυνόμενη - επιβραδυνόμενη

β.επιταχυνόμενη - ομαλή - επιβραδυνόμενη
γ.επιβραδυνόμενη - ομαλή - επιταχυνόμενη
δ.ομαλή - επιταχυνόμενη - επιταχυνόμενη

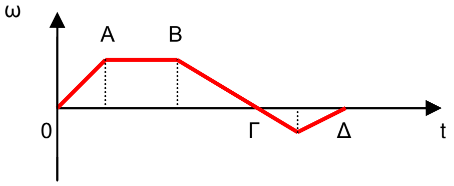
4.Στο σχήμα φαίνεται η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού, που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, σε συνάρτηση με το χρόνο



Για τους χρόνους t_{AB}, $t_{\Gamma\Delta}$ και $t_{\Delta E}$ οι αντίστοιχες κινήσεις του στερεού είναι

α.επιταχυνόμενη - επιβραδυνόμενη - ομαλή
β.επιταχυνόμενη - ομαλή - επιβραδυνόμενη
γ.ομαλή - επιταχυνόμενη - ομαλή
δ.επιβραδυνόμενη - επιταχυνόμενη - ομαλή

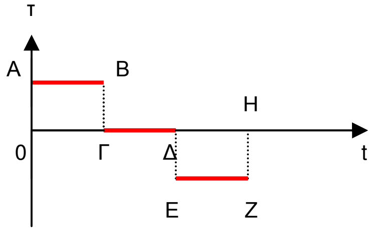
5.Στο σχήμα δίνεται το διάγραμμα γωνιακής ταχύτητας - χρόνου ενός στερεού, που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα



Η συνισταμένη των ροπών είναι μηδέν στο τμήμα

α. OA
β. AB
γ. $B\Gamma$
δ. $\Gamma\Delta$

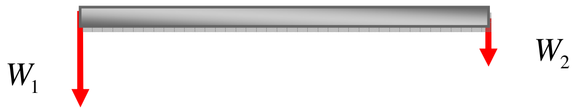
6.Ένα στερεό που αρχικά είναι ακίνητο και μπορεί να περιστραφεί γύρω από σταθερό άξονα, ασκείται ροπή που η αλγεβρική τιμή της σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο σχήμα



Το στερεό κινείται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα στο

α. AB
β. $\Gamma\Delta$
γ. EZ
δ. AB και EZ

7.Η σανίδα του σχήματος έχει μήκος l και στηρίζεται στο μέσον της όπως στο σχήμα



Στα άκρα της ράβδου τοποθετούμε δύο βάρη $W_1 = 400N$ και $W_2 = 300N$. Η απόσταση x από το κέντρο της ράβδου που τοποθετούμε βάρος $W_3 = 200N$ ώστε να γίνει οριζόντια είναι

α. $x = \frac{l}{2}$
β. $x = \frac{3l}{4}$
γ. $x = \frac{l}{4}$
δ. $x = \frac{2l}{3}$

8.Η ροπή αδρανείας ενός στερεού σώματος εξαρτάται

α.από τη μάζα του στερεού
β.από την ακτίνα του στερεού αν έχει συμμετρική κατανομή
γ.από τη θέση του άξονα περιστροφής
δ.όλα τα παραπάνω

9.Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού, που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα

α.είναι ανάλογη της ροπής αδράνειας του σώματος
β.είναι ανάλογη της συνισταμένης ροπής που ασκείται στο στερεό
γ.είναι ανεξάρτητη από τη ροπή αδράνειας
δ.είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας

10.Σε στερεό σώμα ασκείται σύστημα ομοεπίπεδων δυνάμεων. Αν $\overrightarrow{\Sigma F} = 0$ και $\overrightarrow{\Sigma \tau} = 0$ το σώμα εκτελεί

α.μόνο μεταφορική κίνηση με σταθερή ταχύτητα
β.μόνο περιστροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα
γ.σύνθετη κίνηση με σταθερή γραμμική και γωνιακή ταχύτητα
δ.σύνθετη κίνηση με σταθερή γραμμική ταχύτητα και μεταβλητή γωνιακή ταχύτητα

11.Η περιστροφική κίνηση στερεού περιγράφεται από τις εξισώσεις

α. $\overrightarrow{\Sigma F} = 0$ και $\overrightarrow{\Sigma \tau} = I a_{\gamma\omega\nu}$
β. $\overrightarrow{\Sigma F} \neq 0$ και $\overrightarrow{\Sigma \tau} = 0$
γ. $\overrightarrow{\Sigma F} \neq 0$ και $\overrightarrow{\Sigma \tau} = I a_{\gamma\omega\nu}$
δ. $\overrightarrow{\Sigma F} \neq 0$ και $\overrightarrow{\Sigma \tau} \neq 0$

12.Μια σφαίρα και ένας κύβος αφήνονται από το ίδιο ύψος από τη βάση δύο κεκλιμένων επιπέδων με την ίδια γωνία κλίσης. Η σφαίρα περιστρέφεται χωρίς να ολισθαίνει ενώ ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές

α.ο κύβος φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από τη σφαίρα
β.οι γραμμικές επιταχύνσεις του κέντρου βάρους των δύο σωμάτων είναι ίσες
γ.οι μηχανικές ενέργειες των δύο σωμάτων όταν φτάνουν στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίσες
δ.η σφαίρα φτάνει πρώτη στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου

13.Ένας μαθητής στέκεται στο κέντρο περιστρεφόμενης τράπεζας και κρατά στα χέρια του δύο σφαίρες έτσι ώστε οι σφαίρες να βρίσκονται στο στήθος του. Αν τεντώσει τα χέρια του τότε

α.η γωνιακή ταχύτητα της τράπεζας θα αυξηθεί
β.η ροπή αδράνειας του ανθρώπου - σφαίρας θα μειωθεί
γ.η στροφορμή του συστήματος θα μείνει σταθερή
δ.η κινητική ενέργεια του συστήματος θα μείνει σταθερή

14.Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης ισχύει

α.μόνο για στροφικές κινήσεις γύρω από σταθερό άξονα
β.μόνο για σύνθετες κινήσεις στερεού
γ.για στερεό που έχει σταθερό άξονα αλλά και για άξονα περιστροφής που μετατοπίζεται
δ.για στροφικές κινήσεις που ο άξονας περιστροφής διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού

15.Μια πέτρα δένεται σε νήμα και περιστρέφεται σε οριζόντιο κύκλο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Κατά τη διάρκεια της κίνησης

α.η ορμή και η στροφορμή είναι σταθερές
β.η στροφορμή είναι σταθερή και η ορμή μεταβάλλεται
γ.η ορμή είναι σταθερή και η στροφορμή μεταβάλλεται
δ.τόσο η ορμή όσο και η στροφορμή μεταβάλλονται

16.Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από ένα άξονα συμμετρίας του, χωρίς την επίδραση ροπής. Αυτό σημαίνει ότι

α.η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού είναι σταθερή
β.η γωνιακή ταχύτητα του στερεού είναι σταθερή
γ.η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό
δ.η γωνιακή ταχύτητα του στερεού μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό

17.Σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα. Η στροφορμή του σώματος είναι

α.σταθερή ως προς ένα σημείο
β.μεταβλητή ως προς ένα σημείο
γ.σταθερή ως προς δύο σημεία
δ.μεταβλητή ως προς δύο σημεία

18.Η στροφορμή ενός συστήματος σωμάτων είναι σταθερή όταν

α.η συνισταμένη ροπή των εξωτερικών δυνάμεων στο σύστημα είναι σταθερή
β.στο σύστημα δεν ασκείται εξωτερική ροπή
γ.το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των εσωτερικών δυνάμεων είναι διάφορο του μηδενός
δ.οι άξονες περιστροφής των σωμάτων είναι σταθεροί

19.Αθλήτρια κατάδυσης μαζεύει τα πόδια της στο στήθος καθώς περιστρέφεται στον αέρα, οπότε δεν μεταβάλλεται

α.η στροφορμή
β.η ροπή αδράνειάς
γ.η επιτάχυνση πτώσης της
δ.η γωνιακή επιτάχυνση

20.Χορευτής του πάγου περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο βάρους. Όταν ο χορευτής μαζέψει τα χέρια του στο στήθος του η στροφορμή

α.αυξάνει
β.μένει σταθερή
γ.ελαττώνεται
δ.αρχικά αυξάνει και μετά ελαττώνεται

21.Στην προηγούμενη ερώτηση η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του χορευτή

α.αυξάνει
β.μένει σταθερή
γ.ελαττώνεται
δ.αρχικά αυξάνει και μετά ελαττώνεται

22.Στην προηγούμενη ερώτηση η κινητική ενέργεια περιστροφής του χορευτή

α.αυξάνει
β.μένει σταθερή
γ.ελαττώνεται
δ.αρχικά αυξάνει και μετά ελαττώνεται

23.Ένα στερεό σώμα κάνει ομαλή στροφική κίνηση. Όλα τα σημεία του έχουν

α.την ίδια γωνιακή και την ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση
β.την ίδια γραμμική ταχύτητα και μηδενική γωνιακή επιτάχυνση
γ.την ίδια γραμμική ταχύτητα και την ίδια γωνιακή ταχύτητα
δ.μηδενική γωνιακή επιτάχυνση

24.Ένα στερεό σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση

α.η γωνιακή και η γραμμική ταχύτητα κάθε σημείου του στερεού μεταβάλλονται
β.η γωνιακή ταχύτητα μεταβάλλεται και η γραμμική ταχύτητα παραμένει σταθερή
γ.η γωνιακή ταχύτητα παραμένει σταθερή και η γραμμική ταχύτητα μεταβάλλεται
δ.η γωνιακή και η γραμμική ταχύτητα κάθε σημείου του στερεού δε μεταβάλλονται

25.Η ροπή μιας δύναμης

α.εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος
β.είναι διανυσματικό μέγεθος και περιγράφει την ικανότητα της δύναμης να παράγει έργο
γ.είναι ίση με μηδέν, αν ο φορέας της διέρχεται από το σημείο ή τον άξονα περιστροφής του σώματος
δ. περιγράφει την ικανότητα της δύναμης να παραμορφώνει το σώμα

26.Η ροπή του βάρους ενός σώματος, ως προς το κέντρο μάζας του σώματος, είναι

α.πάντα ίση με μηδέν
β.ίση με μηδέν μόνο στην περίπτωση που το σώμα βρίσκεται σε ομογενές βαρυτικό πεδίο
γ.ίση με μηδέν όταν το σώμα βρίσκεται στο γήινο βαρυτικό πεδίο και διάφορη του μηδενός όταν το σώμα βρεθεί στο βαρυτικό πεδίο άλλου ουράνιου σώματος
δ.πάντα αρνητική, διότι πάντα αντιτίθεται στην περιστροφή του σώματος

27.Ζεύγος δυνάμεων ονομάζεται κάθε σύστημα

α.δύο δυνάμεων
β.δύο ίσων δυνάμεων
γ.δύο αντίρροπων δυνάμεων με ίσα μέτρα
δ.δύο κάθετων δυνάμεων με ίσα μέτρα

28.Η ροπή αδράνειας ενός σώματος δεν εξαρτάται από

α.τη μάζα του σώματος
β.τη θέση του άξονα περιστροφής
γ.τη μορφή του σώματος
δ.τον όγκο του σώματος

29.Η μάζα και η ροπή αδράνειας ενός σώματος εκφράζουν την αντίδραση στη μεταβολή της κινητικής κατάστασης του σώματος, όμως παρουσιάζουν μια σημαντική διαφορά

α.η μάζα είναι μεγαλύτερη από τη ροπή αδράνειας

β.η μάζα εξαρτάται από το είδος του βαρυτικού πεδίου στο οποίο βρίσκεται το σώμα (ομογενές ή ανομοιογενές) ενώ η ροπή αδράνειας όχι
γ.το σώμα έχει την ίδια μάζα εντός και εκτός του πεδίου βαρύτητας ενώ η ροπή αδράνειας εκτός πεδίου βαρύτητας είναι μηδέν
δ.η μάζα του σώματος είναι σταθερό μέγεθος ενώ η ροπή αδράνειας εξαρτάται κάθε φορά από τη θέση του άξονα περιστροφής

30.Η ροπή αδράνειας ενός στερεού ως προς άξονα που δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, σε σχέση με τη ροπή αδράνειας του ίδιου στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, είναι

α.μεγαλύτερη
β.μικρότερη
γ.ίση
δ.άλλες μικρότερη άλλες μεγαλύτερη

31.Η γωνιακή επιτάχυνση, ενός στερεού σώματος που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι

α.ανάλογη της μάζας του σώματος
β.ανάλογη της ροπής αδράνειας του σώματος
γ.αντιστρόφως ανάλογη της ροπής αδράνειας του σώματος
δ.αντιστρόφως ανάλογη με τη ροπή που ασκείται στο σώμα

32.Αν η συνισταμένη δύναμη των ροπών των δυνάμεων, οι οποίες ασκούνται σε ένα σώμα, είναι μηδέν ως προς οποιοδήποτε σημείο, τότε

α.το σώμα ηρεμεί
β.το σώμα μπορεί να ηρεμεί ή να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα
γ.το σώμα στρέφεται
δ.το σώμα ταλαντώνεται

33.Όταν περιστρέφεται ένα σώμα

α.πρέπει να ασκείται στο σώμα οπωσδήποτε ροπή
β.πρέπει να ασκείται στο σώμα δύναμη, της οποίας ο φορέας να περνά από τον άξονα περιστροφής του σώματος
γ.πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν
δ.δεν είναι αναγκαία η ύπαρξη ροπής

34.Σώμα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Για την κίνησή του ισχύουν

α. $\overrightarrow{\Sigma\tau} \neq 0$ και $\overrightarrow{\Sigma F} \neq 0$
β. $\overrightarrow{\Sigma\tau} \neq 0$ και $\overrightarrow{\Sigma F} = 0$
γ. $\overrightarrow{\Sigma\tau} = 0$ και $\overrightarrow{\Sigma F} = 0$
δ. $\overrightarrow{\Sigma\tau} = 0$ και $\overrightarrow{\Sigma F} \neq 0$

35.Σώμα περιστρέφεται γύρω από άξονα p ο οποίος είναι παράλληλος με τον άξονα ε που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος. Η σχέση $\Sigma\tau = \frac{dL}{dt}$ ισχύει

α.όταν η ροπή μετράται ως προς τον άξονα ε και η στροφορμή ως προς τον άξονα p
β.όταν η ροπή και η στροφορμή μετρώνται ως προς τον άξονα p
γ.όταν η ροπή μετράται ως προς τον άξονα p και η στροφορμή ως προς τον άξονα ε
δ.μόνο αν οι άξονες ως προς τους οποίους μετρώνται τα μεγέθη τ και L είναι διαφορετικοί

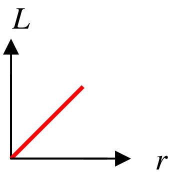
36.Χορεύτρια εκτελεί περιστροφή γύρω από τον άξονά της με τα χέρια απλωμένα. Ξαφνικά φέρνει τα χέρια στη μέση της. Ποιο από τα παρακάτω μεγέθη θα αυξηθούν

α.η περίοδος
β.η συχνότητα

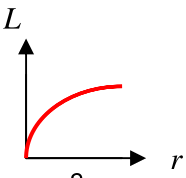
γ.η στροφορμή
δ.η γωνιακή επιτάχυνση

37.Υλικό σημείο μάζας m μπορεί να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από σταθερό άξονα σε διάφορες αποστάσεις από αυτόν

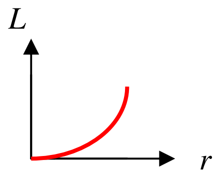
I **.Η γραφική παράσταση στροφορμής - απόστασης από τον άξονα περιστροφής είναι η**



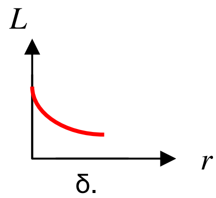
α.



β.

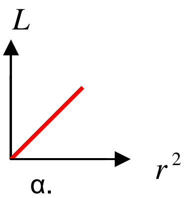


γ.

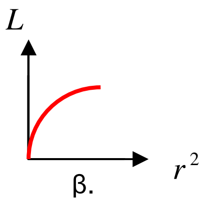


δ.

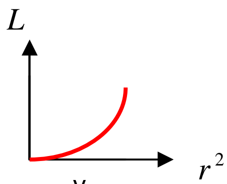
II **.Η γραφική παράσταση στροφορμής – τετραγώνου απόστασης από τον άξονα περιστροφής είναι η**



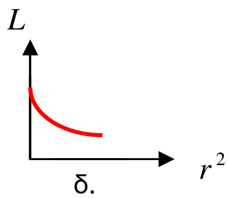
α.



β.



γ.



δ.

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

1.Όταν ένα στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση είναι διανύσματα αντίρροπα

2.Η γωνιακή επιτάχυνση εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας

3.Η ροπή αδράνειας εξαρτάται από την κατανομή της μάζας γύρω από τον άξονα περιστροφής

4.Η ροπή αδράνειας ενός σώματος είναι μέγιστη όταν περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του

5.Η γωνιακή επιτάχυνση στερεού που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα εξαρτάται από τη ροπή αδράνειας

6.Σε δορυφόρο της Γης που περιστρέφεται γύρω από τον Ισημερινό, τα μεγέθη που παραμένουν σταθερά είναι η γωνιακή ταχύτητα και η στροφορμή του

7.Ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού που έχει ίδια μάζα αλλά διπλάσιο μήκος από τον ωροδείκτη, έχει και μεγαλύτερη ροπή αδράνειας

8.Ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού που έχει ίδια μάζα αλλά διπλάσιο μήκος από τον ωροδείκτη, έχει και μικρότερη κινητική ενέργεια

9.Ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού που έχει ίδια μάζα αλλά διπλάσιο μήκος από τον ωροδείκτη, έχει και μικρότερη στροφορμή

10.Με την τήξη των πάγων στους πόλους της Γης, θα μεταβάλλονταν η ροπή αδράνειας της

11.Ένας καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται με τα χέρια του στο στήθος του. Αν ο καλλιτέχνης απλώσει τα χέρια του, η στροφορμή και η συχνότητα περιστροφής του αυξάνουν

12.Η ροπή του βάρους ενός σώματος ως προς οποιοδήποτε σημείο του σώματος αυτού είναι πάντα ίση με μηδέν

13.Ένα ζεύγος δυνάμεων δεν μπορεί να αντικατασταθεί από μια μόνο δύναμη

14.Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων είναι μεγαλύτερη αν το σημείο περιστροφής βρίσκεται μεταξύ των δυνάμεων

15.Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο του σώματος, στο οποίο ασκούνται οι δυνάμεις, είναι διάφορη του μηδενός

16.Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης εκφράζεται από τη σχέση $\Sigma\tau = I\,\frac{d\omega}{dt}$

17.Η ροπή αδράνειας ενός στερεού που στρέφεται εκφράζει την τάση να διατηρήσει την κινητική του κατάσταση

18.Η ροπή αδράνειας ενός στερεού εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής

19.Αν ένα σώμα στρέφεται γύρω από ένα άξονα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, τότε συμπεραίνουμε ότι τα αλγεβρικό άθροισμα των ροπών είναι μηδέν

20.Η στροφορμή ενός υλικού σημείου ή ενός υλικού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος

21.Ένας ακροβάτης κάνει περιστροφές στον αέρα. Για να διπλασιάσει τη γωνιακή του ταχύτητα, πρέπει να μειώσει τη ροπή αδράνειας του στο μισό

22.Οι ροπές των εσωτερικών δυνάμεων ενός συστήματος σωμάτων μπορούν να μεταδώσουν στροφορμή από το ένα σώμα στο άλλο, αλλά δεν μπορούν να μεταβάλλουν την ολική στροφορμή του συστήματος

23.Το έργο μιας ροπής κατά τη στροφή ενός στερεού κατά γωνία θ είναι $W = \tau\theta$

24.Το θεώρημα έργου - ενέργειας δεν ισχύει στις στροφικές κινήσεις

25.Μια σφαίρα και ένας κύλινδρος αφήνονται να κυλήσουν, χωρίς να ολισθαίνουν, σε κεκλιμένο επίπεδο από το ίδιο ύψος. Οι μάζες των σωμάτων είναι ίσες. Όταν περνούν από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου δεν έχουν ίσες κινητικές ενέργειες

26.Η σχέση της ισχύος της ροπής $P = \tau\omega$ είναι ανάλογη της σχέσης $P = F\upsilon$ της μεταφορικής κίνησης

27.Ένα σώμα εκτελεί σύνθετη κίνηση, όταν εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική και στροφική κίνηση

28.Το σημείο εκείνο που κινείται όπως ένα υλικό σημείο με μάζα ίση με τη μάζα του σώματος, αν σ'αυτό ασκούταν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, ονομάζεται κέντρο μάζας

29.Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο

30.Το μέτρο της αδράνειας ενός σώματος στη στροφική κίνηση είναι η μάζα του σώματος

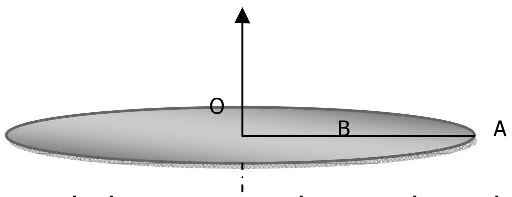
31.Αν σε ένα σώμα ή σε ένα σύστημα σωμάτων η συνολική ροπή που δρα σ'αυτό είναι μηδενική, τότε η στροφορμή του σώματος ή του συστήματος διατηρείται σταθερή

32.Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπτύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του

33.Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση

Ερωτήσεις με αιτιολόγηση

1.Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου O



Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο A της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο B πλησιέστερα στο κέντρο του. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται

α.πιο αργά

β.πιο γρήγορα

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας Πανελλαδικές 2002

2.Καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπτύσσει. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια

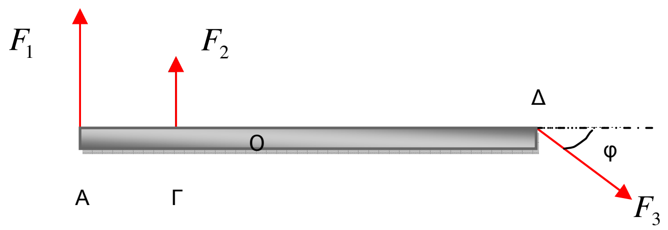
α.απλωμένα

β.συνεπτυγμένα

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας Πανελλαδικές 2003

3.Στην ομογενή ράβδο του σχήματος βάρους $w = 30N$ ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = 30N$, $F_2 = 20N$ και $F_3 = 10N$.

Δίνονται: $\varphi = 30^0$, $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $A\Gamma = 2m$, $\Gamma O = 1m$, $A\Delta = 8m$



Η ράβδος ως προς το σημείο O

α.ισορροπεί

β.περιστρέφεται

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

4.Ένας δίσκος ακτίνας $R = 10cm$ κυλίεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του δίσκου είναι $10m/s$

Η ταχύτητα με την οποία κινείται το κατώτερο σημείο του δίσκου είναι

α.$10m/s$

β.μηδέν

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

5.Οριζόντιος δίσκος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Αν διπλασιάσουμε τη μάζα του δίσκου, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου

α.υποδιπλασιάζεται

β.διπλασιάζεται

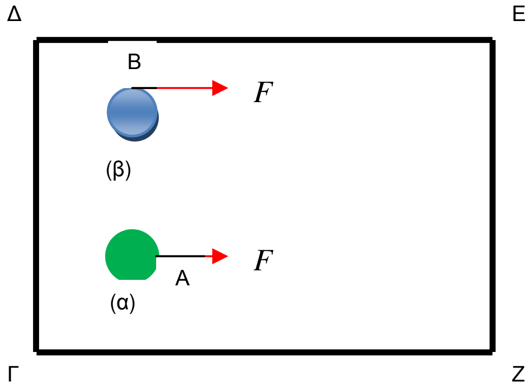
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

6.Οριζόντιος ομογενής δίσκος μάζας M, στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Ξαφνικά αναγκάζουμε το δίσκο να περιστραφεί γύρω από άξονα που διέρχεται από σημείο A της περιφέρειας και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου.

Η ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας είναι $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$

Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου
α.παραμένει σταθερή
β.υποτριπλασιάζεται
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

7.Δύο οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (a) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι $ΓΔΕΖ$ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα

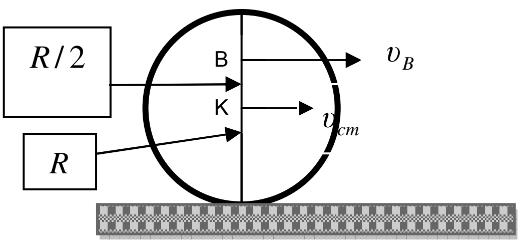


Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά EZ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές $ΔΕ$ και $ΓΖ$ ασκούνται σ'αυτούς. Στο δίσκο (a) ασκείται πάντα στο σημείο A του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο B του δίσκου. Αν ο δίσκος (a) χρειάζεται χρόνο t_a για να φτάσει στην απέναντι πλευρά EZ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο t_β, τότε

α. $t_a > t_\beta$ β. $t_a = t_\beta$ γ. $t_a < t_\beta$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας Πανελλαδικές 2005

8.Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του K είναι ίση με υ_{cm}. Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση $R/2$ από το K θα είναι



α. $\frac{3}{2}\upsilon_{cm}$

β. $\frac{2}{3}\upsilon_{cm}$

γ. $\frac{5}{2}\upsilon_{cm}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας Πανελλαδικές 2006

Χρήσιμες σχέσεις

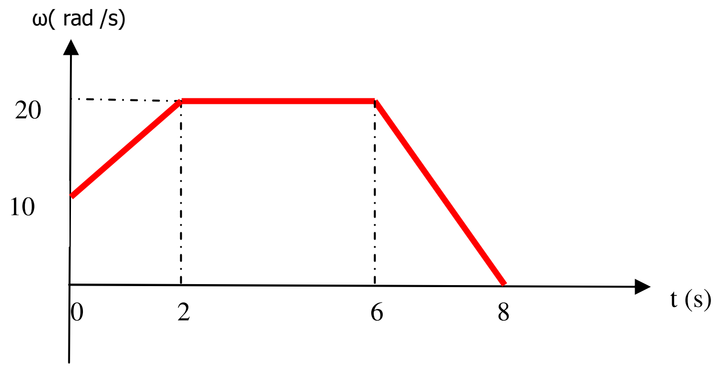
Μεταφορική κίνηση	Περιστροφική κίνηση
μήκος τόξου $dS = Rd\theta$ σχέση γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας $\upsilon = \omega R$ σχέση γραμμικής και γωνιακής επιτάχυνσης $a = a_{\gamma\omega\nu} R$	
διάστημα x	γωνία περιστροφής θ
γραμμική ταχύτητα $\upsilon = \frac{dx}{dt}$	γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
γραμμική επιτάχυνση $a = \frac{d\upsilon}{dt}$	γωνιακή επιτάχυνση $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$
μάζα m	ροπή αδράνειας $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$
δύναμη $F = ma$	ροπή δύναμης $\tau = FR$
ορμή $p = m\upsilon$	στροφορμή $L = m\upsilon r$
έργο $W = Fx$	έργο $W = \tau\theta$
κινητική ενέργεια μεταφοράς $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2$	κινητική ενέργεια περιστροφής $K = \frac{1}{2} I\omega^2$
θεμελιώδης νόμος μηχανικής $\Sigma F = ma$ ή $\Sigma F = \frac{dp}{dt}$	θεμελιώδης νόμος περιστροφής $\Sigma\tau = Ia_{\gamma\omega\nu}$ ή $\Sigma\tau = \frac{dL}{dt}$
ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (μεταφορική) $\upsilon = \upsilon_0 \pm at$ και $x = \upsilon_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$	ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (στροφική) $\omega = \omega_0 \pm a_{\gamma\omega\nu} t$ και $\theta = \omega_0 t \pm \frac{1}{2} a_{\gamma\omega\nu} t^2$
ισχύς δύναμης $P = F\upsilon$	ισχύς ροπής $P = \tau\omega$

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

1.Η κλίση της ευθείας, στη γραφική παράσταση ω - t είναι ίση με τη γωνιακή επιτάχυνση.

Το εμβαδόν του σχήματος που προκύπτει είναι αριθμητικά ίσο με τη γωνία στροφής θ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Από 0 έως $2s$

στροφική κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη

από την κλίση της ευθείας προκύπτει $a_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{20-10}{2} = 5 rad/s^2$ και

από το εμβαδόν (εμβαδόν τραπεζίου) $\theta = E = \dfrac{B_{\mu\varepsilon\gamma} + \beta_{\mu\iota\kappa\rho\acute{\eta}}}{2}\upsilon = \dfrac{20+10}{2}2 = 30 rad$

Εξισώσεις που περιγράφουν θεωρητικά την κίνηση

$\omega = \omega_0 + a_{\gamma\omega\nu} t$ και $\theta = \omega_0 t + \dfrac{1}{2} a_{\gamma\omega\nu} t^2$

Από $2s$ έως $6s$

στροφική κίνηση ομαλή ($\omega = \sigma\tau\alpha\theta.$)

$a_{\gamma\omega\nu} = 0$ και

από το εμβαδόν (εμβαδόν παραλληλογράμμου) $\theta = E = \beta\acute{\alpha}\sigma\eta \times \upsilon\psi o\varsigma = 4 \times 20 = 80 rad$

Εξισώσεις που περιγράφουν θεωρητικά την κίνηση

$\omega = \sigma\tau\alpha\theta.$ και $\theta = \omega t$

Από $6s$ έως $8s$

στροφική κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη

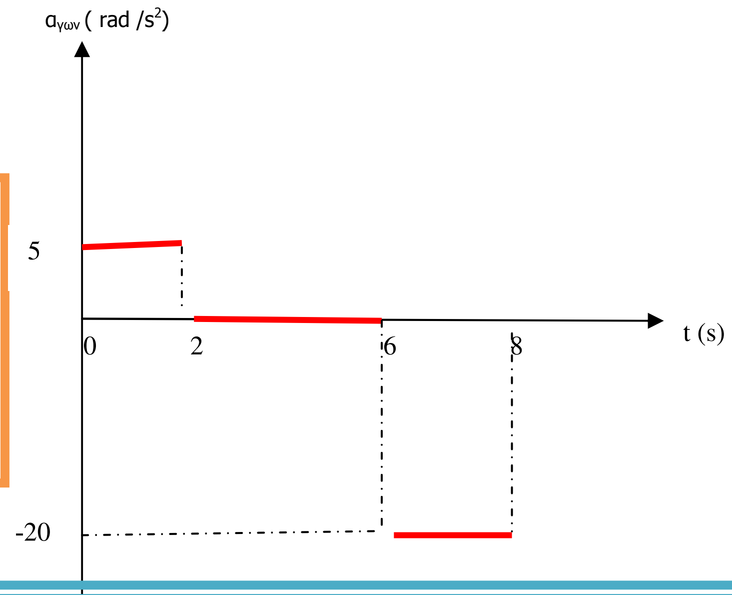
από την κλίση της ευθείας προκύπτει $a_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{0-20}{2} = -10 rad/s^2$ και

από το εμβαδόν (εμβαδόν τριγώνου) $\theta = E = \dfrac{\beta\acute{\alpha}\sigma\eta \times \acute{\upsilon}\psi o\varsigma}{2} = \dfrac{2\times 20}{2} = 20 rad$

Εξισώσεις που περιγράφουν θεωρητικά την κίνηση

$\omega = \omega_0 - a_{\gamma\omega\nu} t$ και $\theta = \omega_0 t - \dfrac{1}{2} a_{\gamma\omega\nu} t^2$

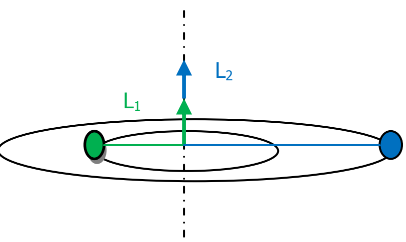
Γραφική παράσταση της γωνιακής επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο



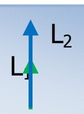
Οι ροπές δυνάμεων και η στροφορμή είναι διανυσματικά μεγέθη, επομένως προστίθενται ή αφαιρούνται όπως όλα τα διανυσματικά μεγέθη

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΣΚΗΣΗ 4.47
ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

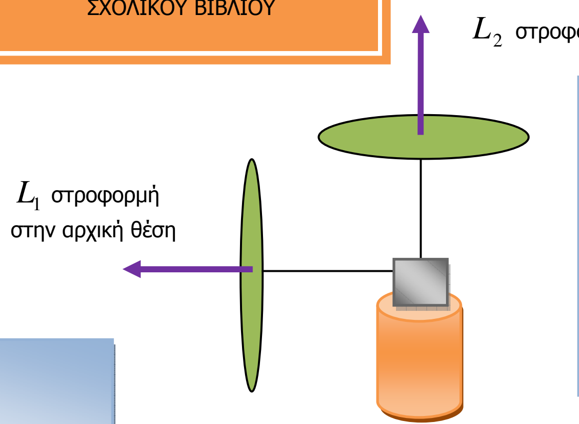
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΣΚΗΣΗ 4.65
ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ



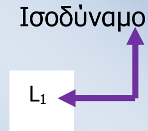
Ισοδύναμο σχήμα



Από το σχήμα προκύπτει $L = L_1 + L_2$



Ισοδύναμο σχήμα



Από το σχήμα προκύπτει

$\Delta L = \sqrt{L_1^2 + L_2^2}$

ΡΟΠΕΣ ΣΕ ΡΑΒΔΟΥΣ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΡΑΒΔΟΥ

Για την επίλυση ασκήσεων με ροπές σε ράβδους ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα

ΒΗΜΑ 1ο

Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις
Συνηθέστερες δυνάμεις
Βάρος , τάση νήματος (από το σώμα προς το νήμα) , δυνάμεις στις αρθρώσεις (ανάλογα με το πρόβλημα) , αντιδράσεις επιφανειών (κάθετη για λείο, πλάγια με τριβή), τριβές
Η έκφραση «ομογενής ράβδος» σημαίνει το βάρος κατακόρυφα και να διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος
Η έκφραση «αβαρής ράβδος» σημαίνει δε σχεδιάζουμε τη δύναμη του βάρους

ΒΗΜΑ 2ο

Αναλύουμε τις δυνάμεις σε ορθογώνιους άξονες X και Y (όσες χρειάζονται ανάλυση)
Βοηθούν πολύ την επίλυση τα διαδοχικά (ισοδύναμα) σχήματα

ΒΗΜΑ 3ο

Για τις δυνάμεις γράφουμε τις σχέσεις $\Sigma F_x = 0$ και $\Sigma F_y = 0$

Για τις ροπές γράφουμε τη σχέση $\Sigma \tau = 0$

Για να αναπτύξουμε σωστά τον όρο $\Sigma \tau$ πρέπει να κάνουμε τα εξής

α.να επιλέξουμε άξονα περιστροφής
επιλέγουμε σαν άξονα περιστροφής το βολικότερο δηλ. είτε αυτόν από τον οποίο διέρχονται οι φορείς των περισσοτέρων δυνάμεων του προβλήματος (για να μηδενιστούν οι ροπές τους) είτε το σημείο από το οποίο διέρχεται δύναμη η τιμή της οποίας δεν μας ενδιαφέρει

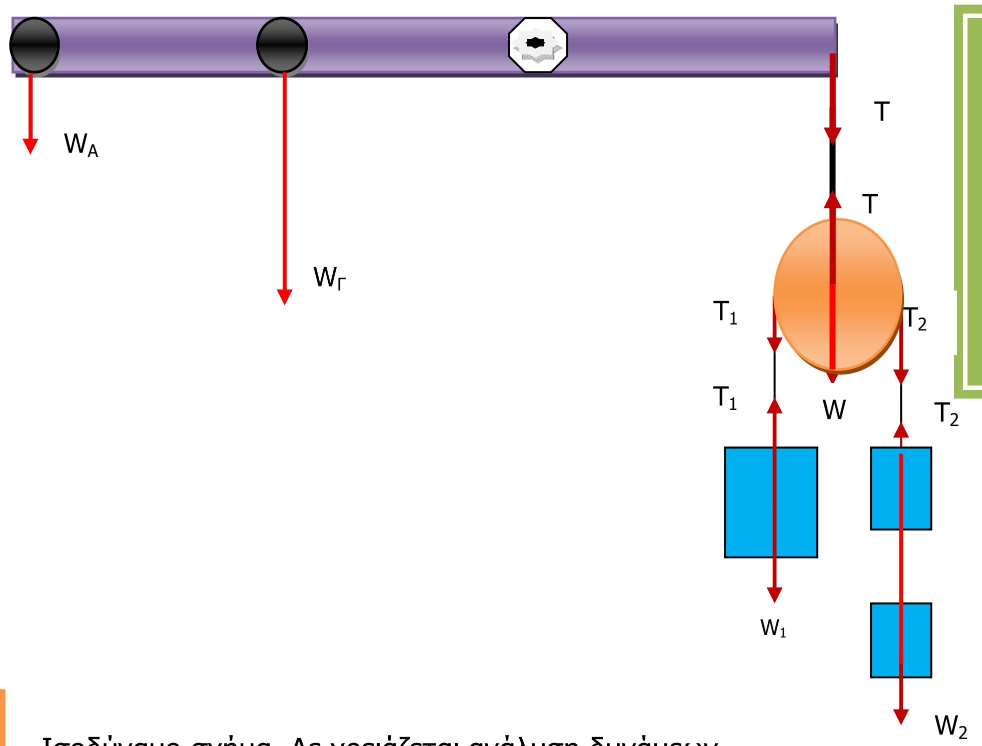
β.να ορίσουμε τις κάθετες αποστάσεις των δυνάμεων από τον άξονα περιστροφής
Όταν η ράβδος είναι οριζόντια οι αποστάσεις είναι κάθετες μετά την ανάλυση των δυνάμεων
Όταν η ράβδος είναι πλάγια, οι αποστάσεις ορίζονται με τη βοήθεια τριγωνομετρικών σχέσεων

Σημείωση
Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε αν χρησιμοποιήσουμε στη δεύτερη περίπτωση, συνιστώσες των δυνάμεων

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΡΑΒΔΟΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011
Αβαρής ράβδος

ΒΗΜΑ 1ο



Ισχύουν

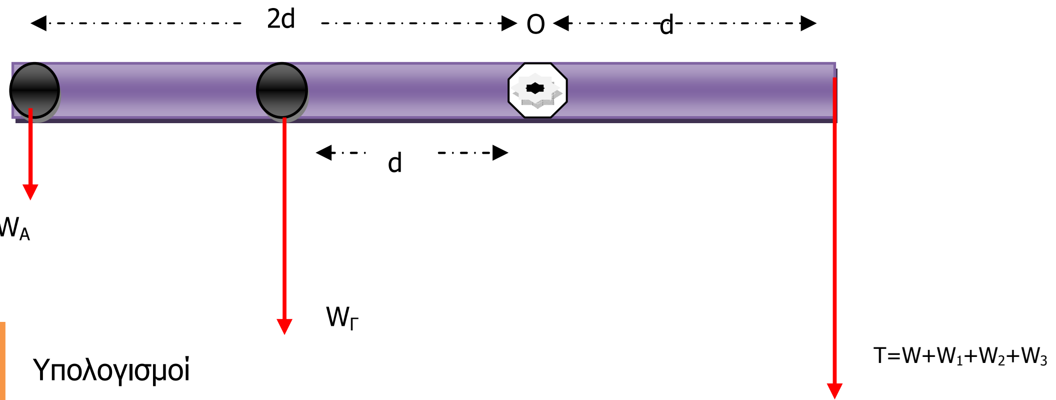
$T_1=W_1=m_1g=20N$

$T_2=W_2=(m_2+m_3)g=20N$

$T=W+W_1+W_2=$
$Mg + W_1+W_2=$
$40+20+20=80N$

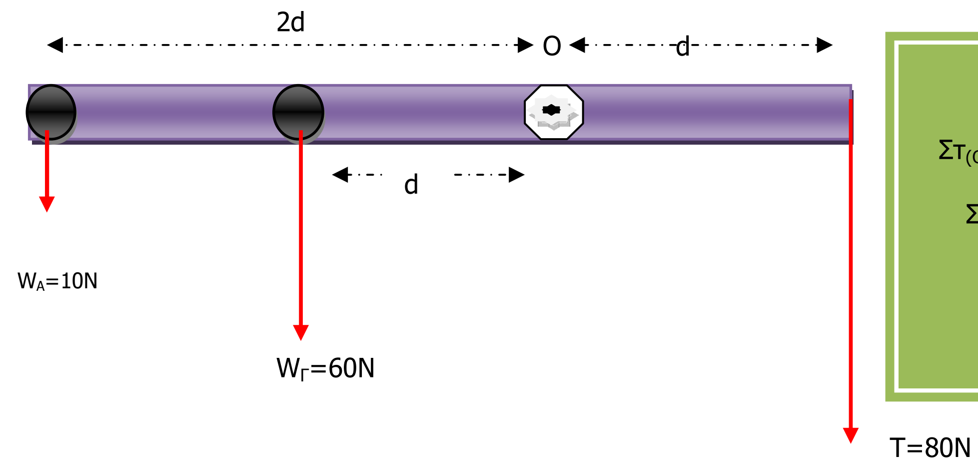
ΒΗΜΑ 2ο

Ισοδύναμο σχήμα. Δε χρειάζεται ανάλυση δυνάμεων



ΒΗΜΑ 3ο

Υπολογισμοί



$Στ_{(O)} = τ_{WA} + τ_{WΓ} - τ_T$

$Στ_{(O)} = 10x2d + 60xd - 80xd$

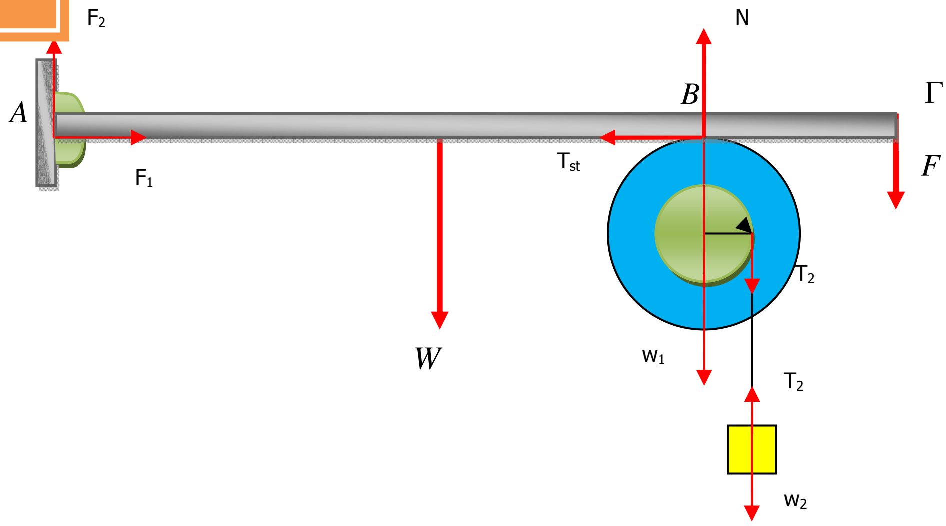
$Στ_{(O)} = 20d + 60d - 80d$

$Στ_{(O)} = 0$

άρα ισορροπεί

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2006
Ομογενής ράβδος

ΒΗΜΑ 1ο

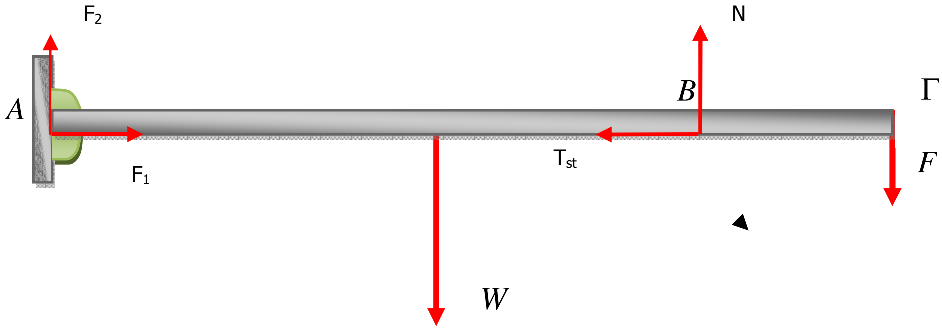


Ισχύουν

$T_2=W_2=mg=10N$

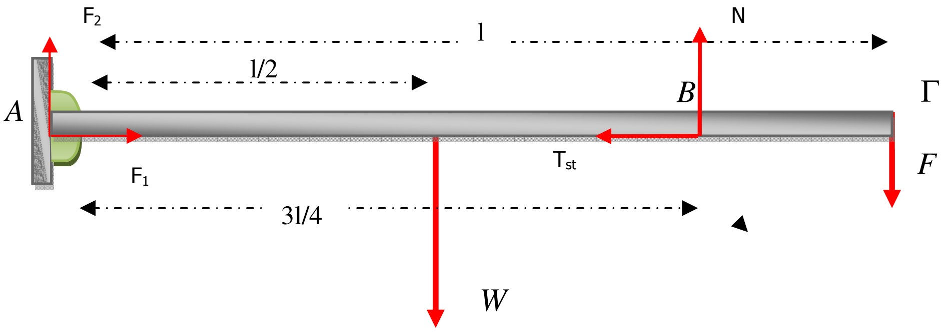
ΒΗΜΑ 2ο

Ισοδύναμο σχήμα. Δε χρειάζεται ανάλυση δυνάμεων



ΒΗΜΑ 3ο

Υπολογισμοί



$\Sigma\tau_{(A)}=0$

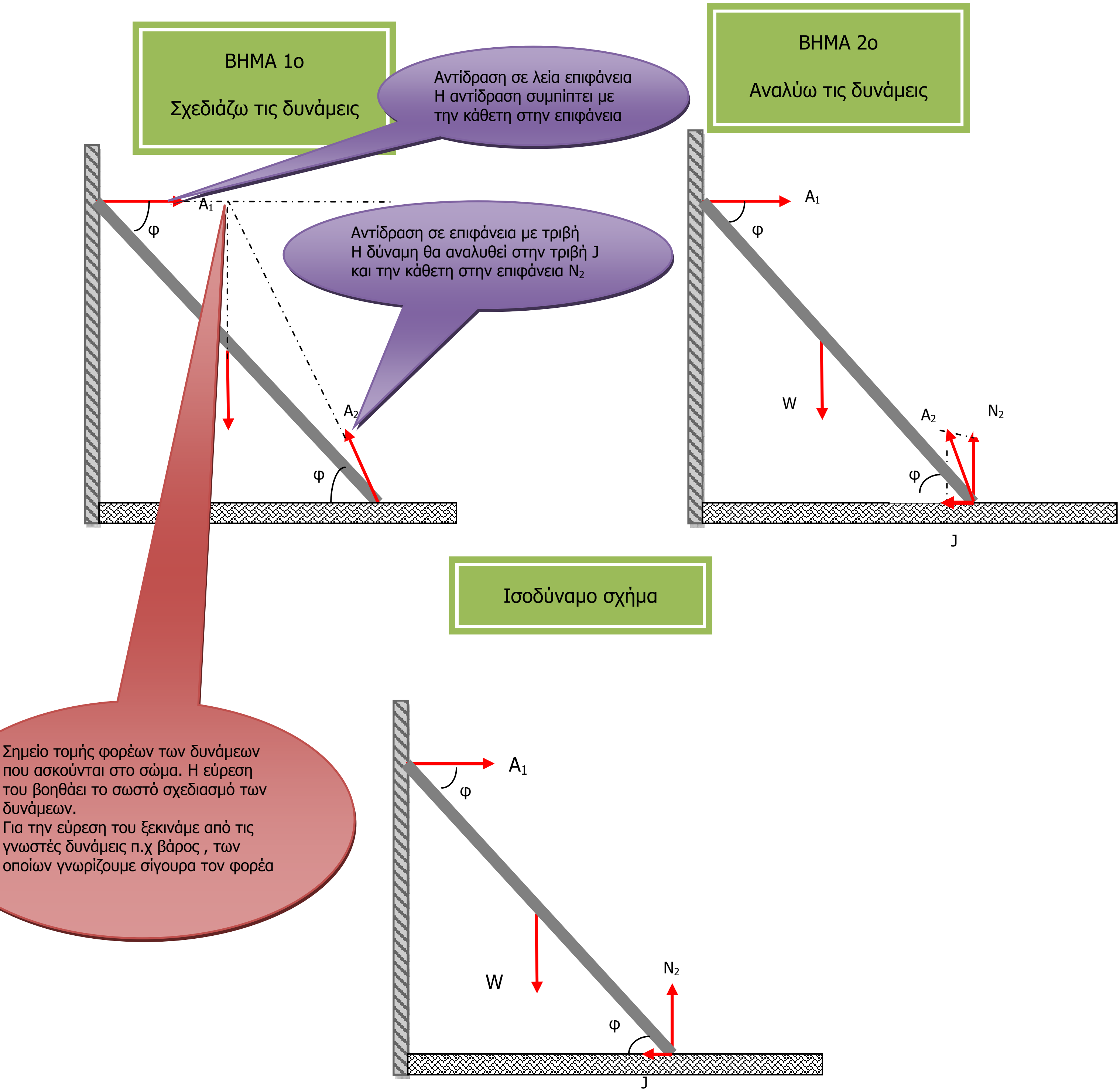
$\tau_{F1} + \tau_{F2} + \tau_{W} + \tau_{T\sigma\tau} + \tau_{N} + \tau_{F} = 0$

$0 + 0 - w\, l/2 + 0 + N\, 3l/4 - F\, l = 0$

$N=32N$

Η ΡΑΒΔΟΣ ΣΧΗΜΑΤΙΖΕΙ ΓΩΝΙΑ ΜΕ ΤΟ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΣΚΗΣΗ 4.58 ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ
Ομογενής Ράβδος – Στηρίζεται σε λείο τοίχο και σε επιφάνεια με τριβή



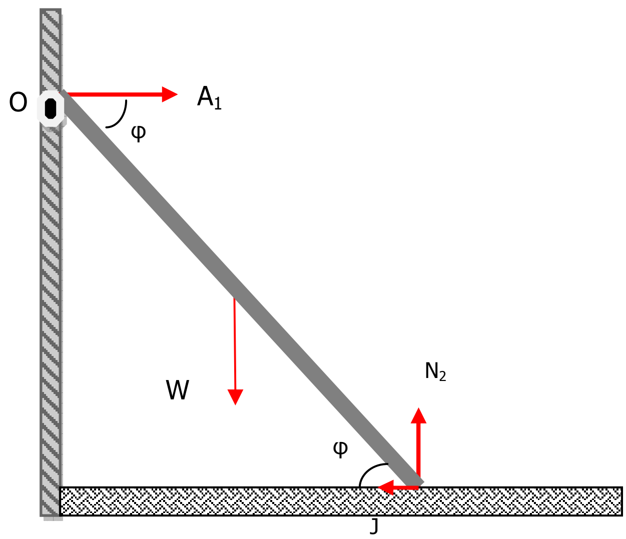
ΒΗΜΑ 3ο

Εφαρμογή των σχέσεων

$\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ και $\Sigma\tau_{(O)} = 0$

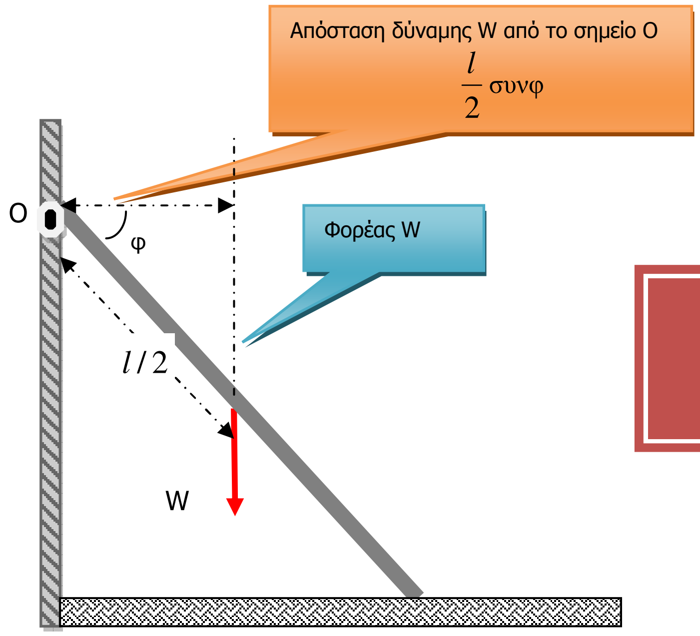
Ορισμός σημείου (άξονα) περιστροφής και αποστάσεων δυνάμεων από το σημείο

Σημείο περιστροφής Ο



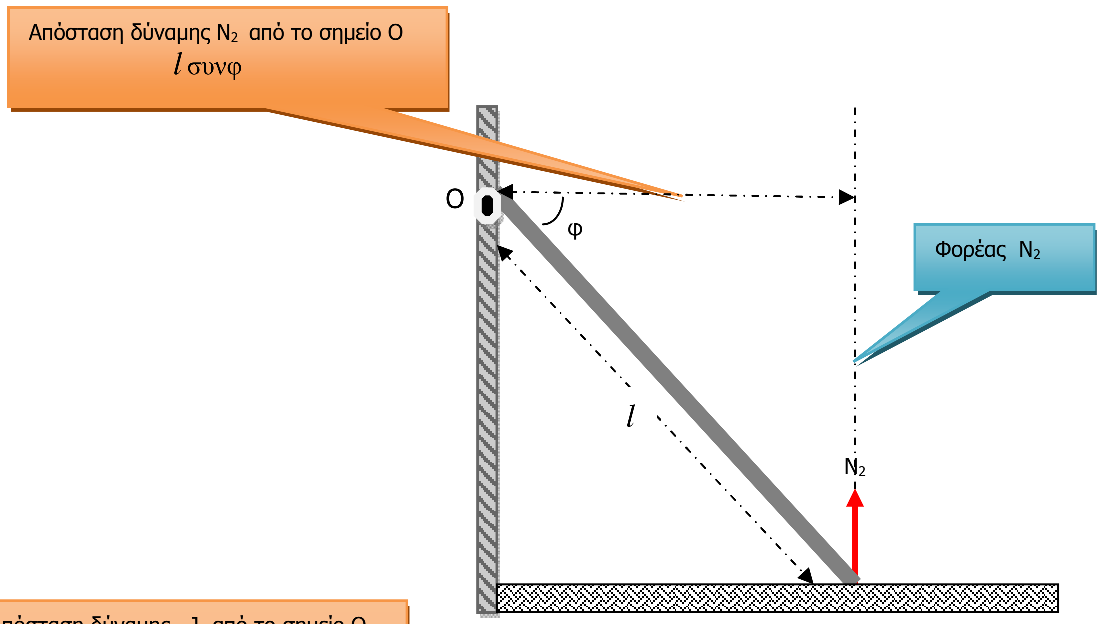
Ορισμός αποστάσεων δυνάμεων από το σημείο περιστροφής Ο

ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ



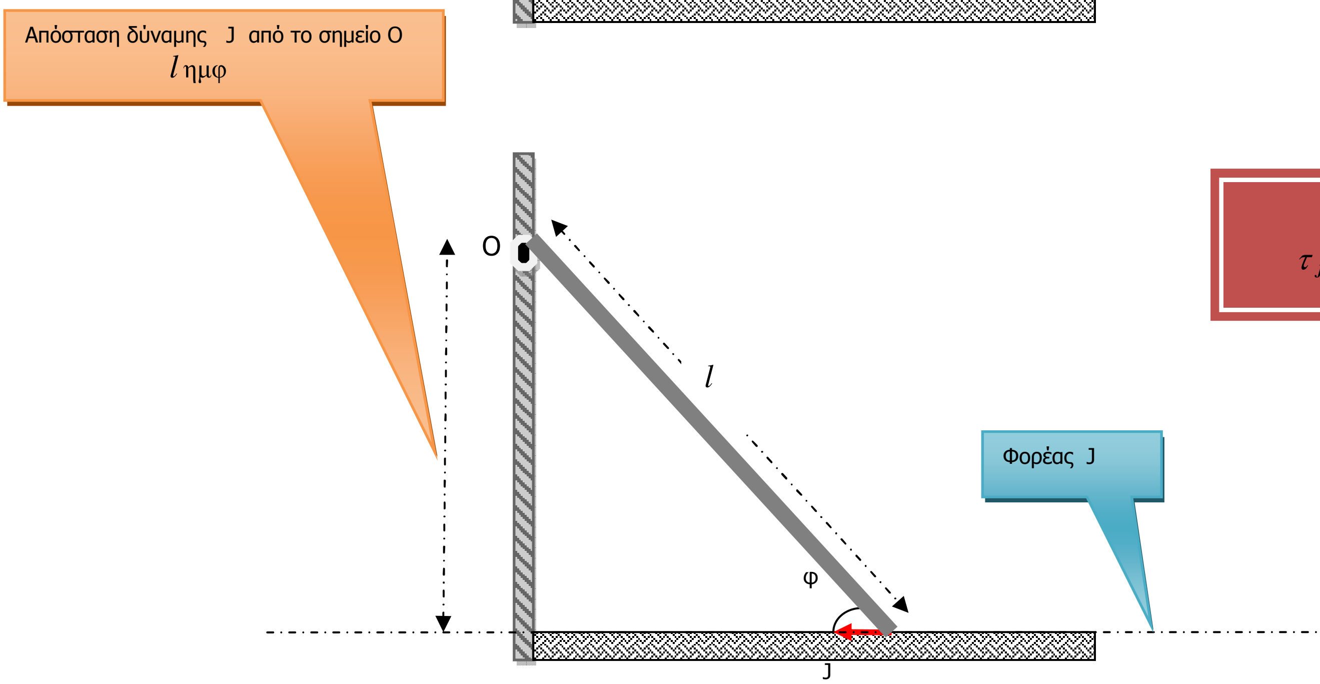
Ροπή W

$$\tau_W = W\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\phi$$



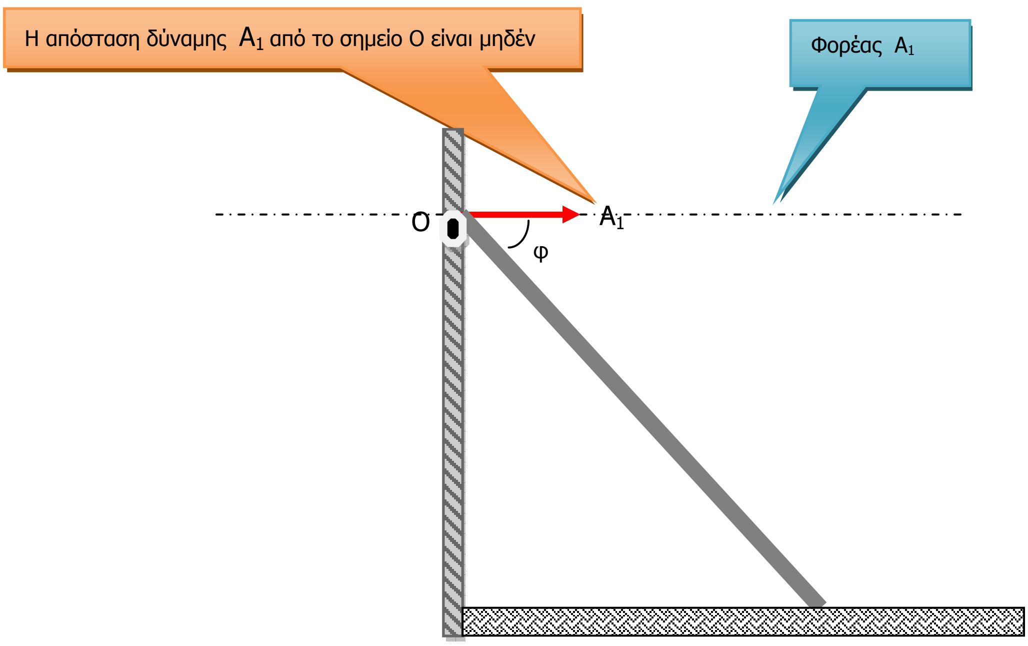
Ροπή N_2

$\tau_{N_2} = N_2 l \sigma \upsilon \nu \phi$



Ροπή J

$\tau_J = J l \eta \mu \phi$



Ροπή A_1

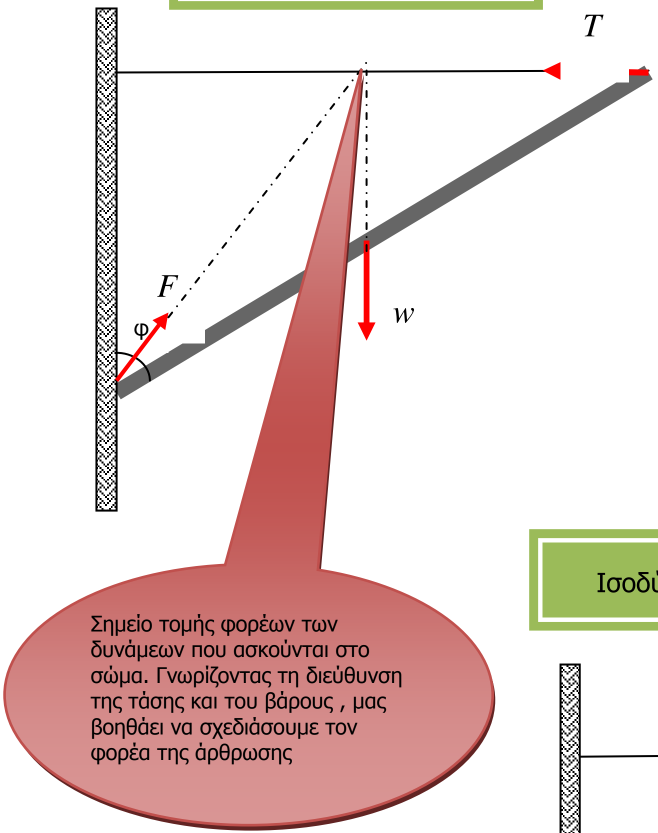
$\tau_{F_1} = 0$

Εφαρμογή των σχέσεων $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ και $\Sigma \tau_{(O)} = 0$

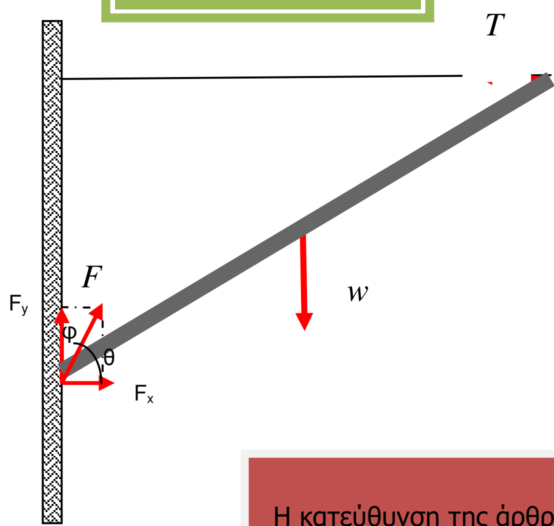
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_1 - J = 0 \Rightarrow A_1 = J$$
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 - W = 0 \Rightarrow N_2 = W$$
$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{A_1} + \tau_W + \tau_{N_2} + \tau_J = 0 \Rightarrow 0 - W\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\phi - N_2 l\sigma\upsilon\nu\phi + Jl\eta\mu\phi = 0$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΣΚΗΣΗ 4.56 ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ
Ομογενής Ράβδος – Άρθρωση – Τάση νήματος

ΒΗΜΑ 1ο
Σχεδιάζω τις δυνάμεις



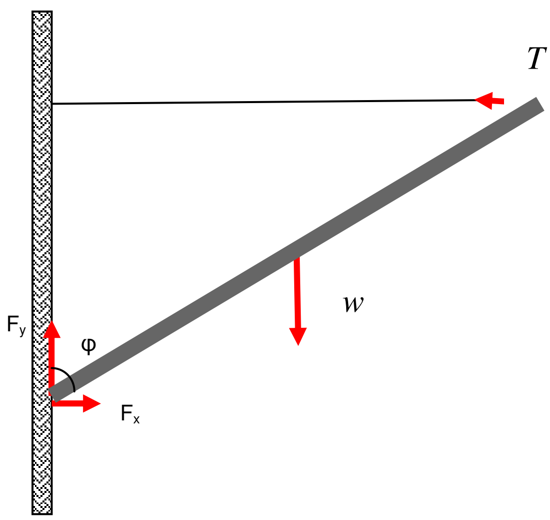
ΒΗΜΑ 2ο
Αναλύω τις δυνάμεις



Η κατεύθυνση της άρθρωσης F υπολογίζεται από τη σχέση

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{F_y}{F_x}$$

Ισοδύναμο σχήμα



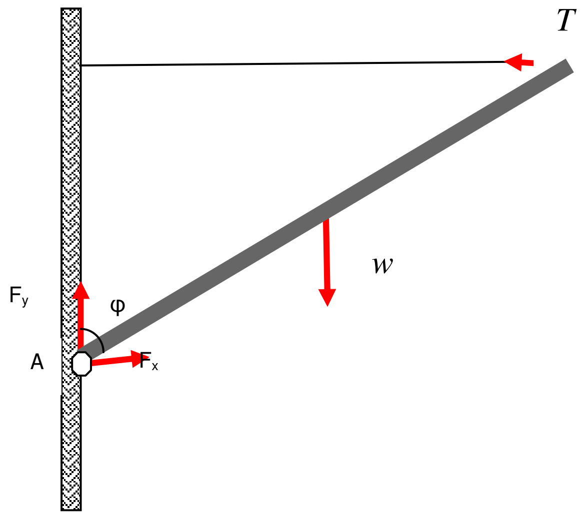
BHMA 3ο

Εφαρμογή των σχέσεων

$\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ και $\Sigma \tau_{(A)} = 0$

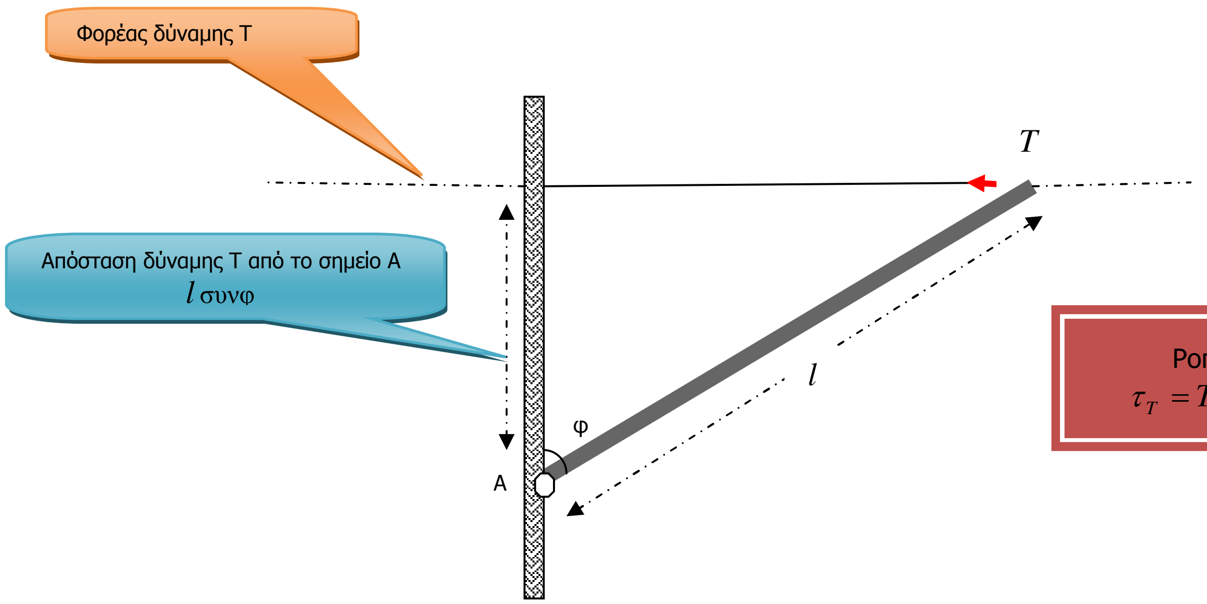
Ορισμός σημείου (άξονα) περιστροφής και αποστάσεων δυνάμεων από το σημείο

Σημείο περιστροφής Α



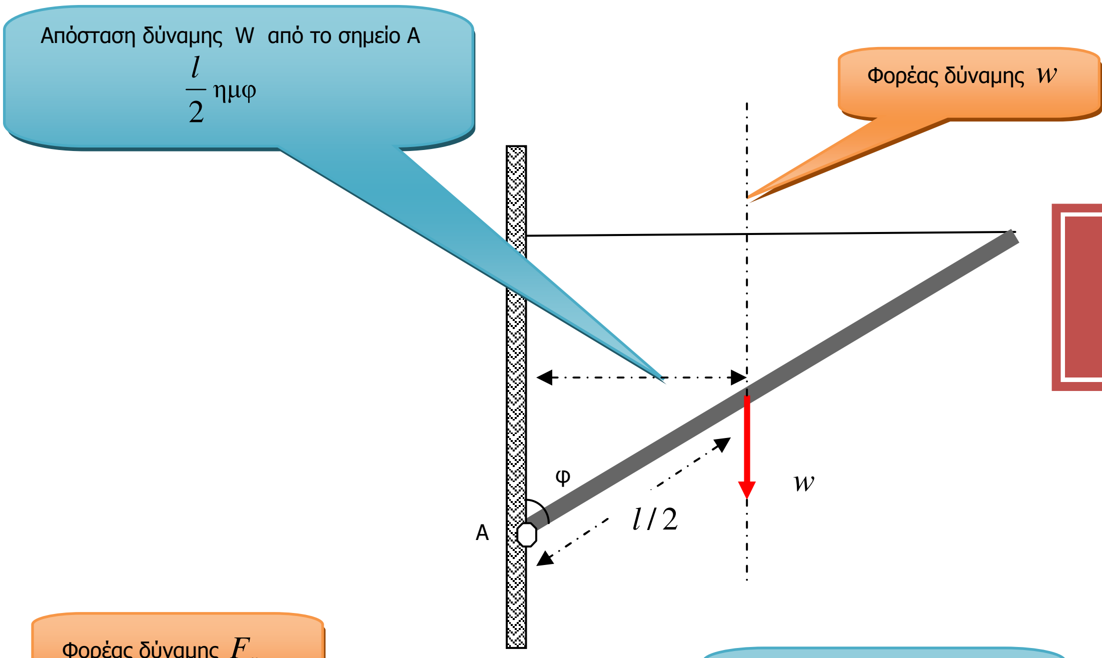
Ορισμός αποστάσεων δυνάμεων από το σημείο περιστροφής Α

ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ



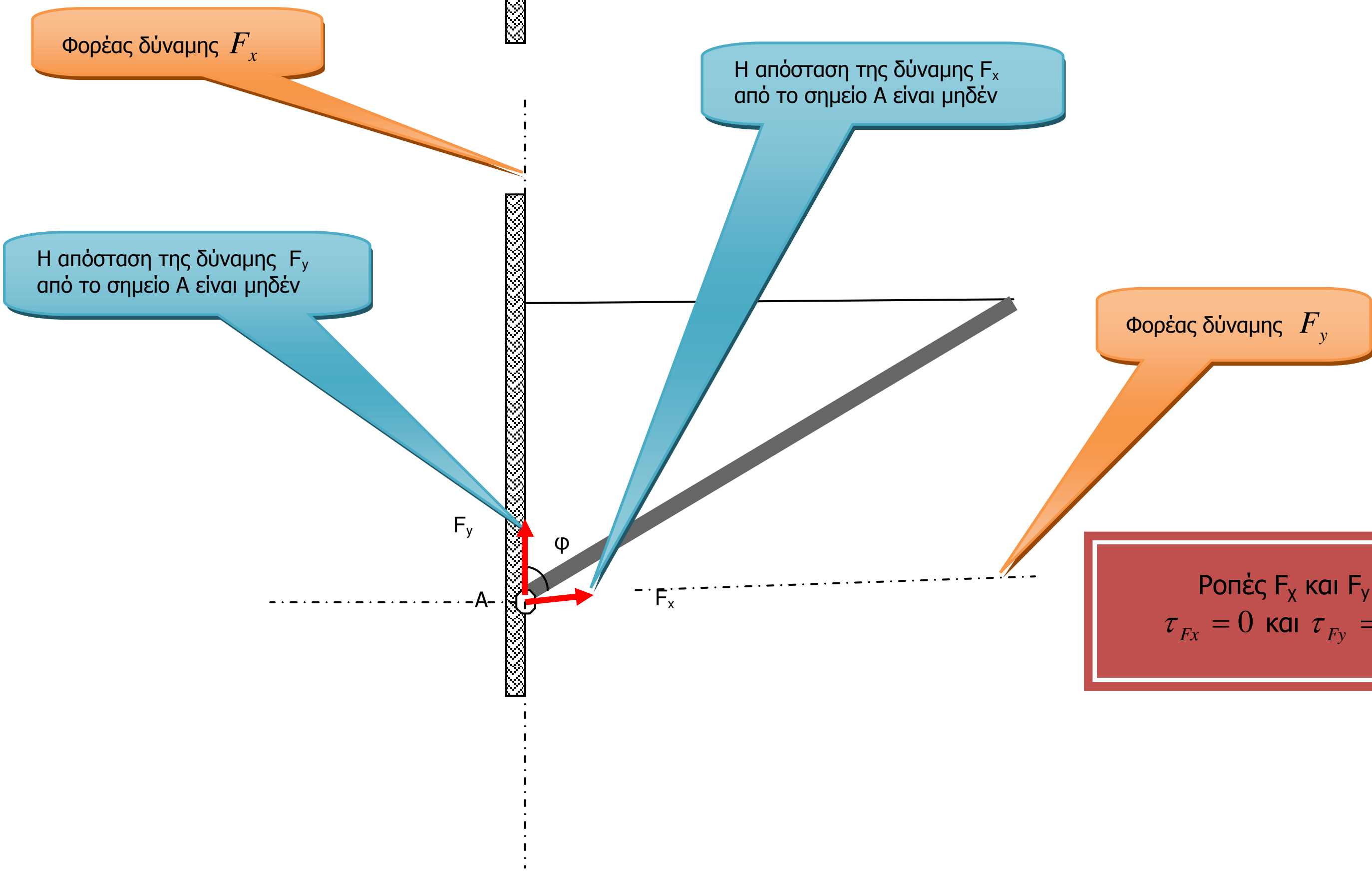
Ροπή Τ

$\tau_T = Tl\sigma\upsilon\nu\phi$



Ροπή w

$$\tau_W = W\frac{l}{2}\eta\mu\phi$$



Ροπές F_X και F_y

$\tau_{Fx} = 0$ και $\tau_{Fy} = 0$

Εφαρμογή των σχέσεων $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ και $\Sigma\tau_{(A)} = 0$

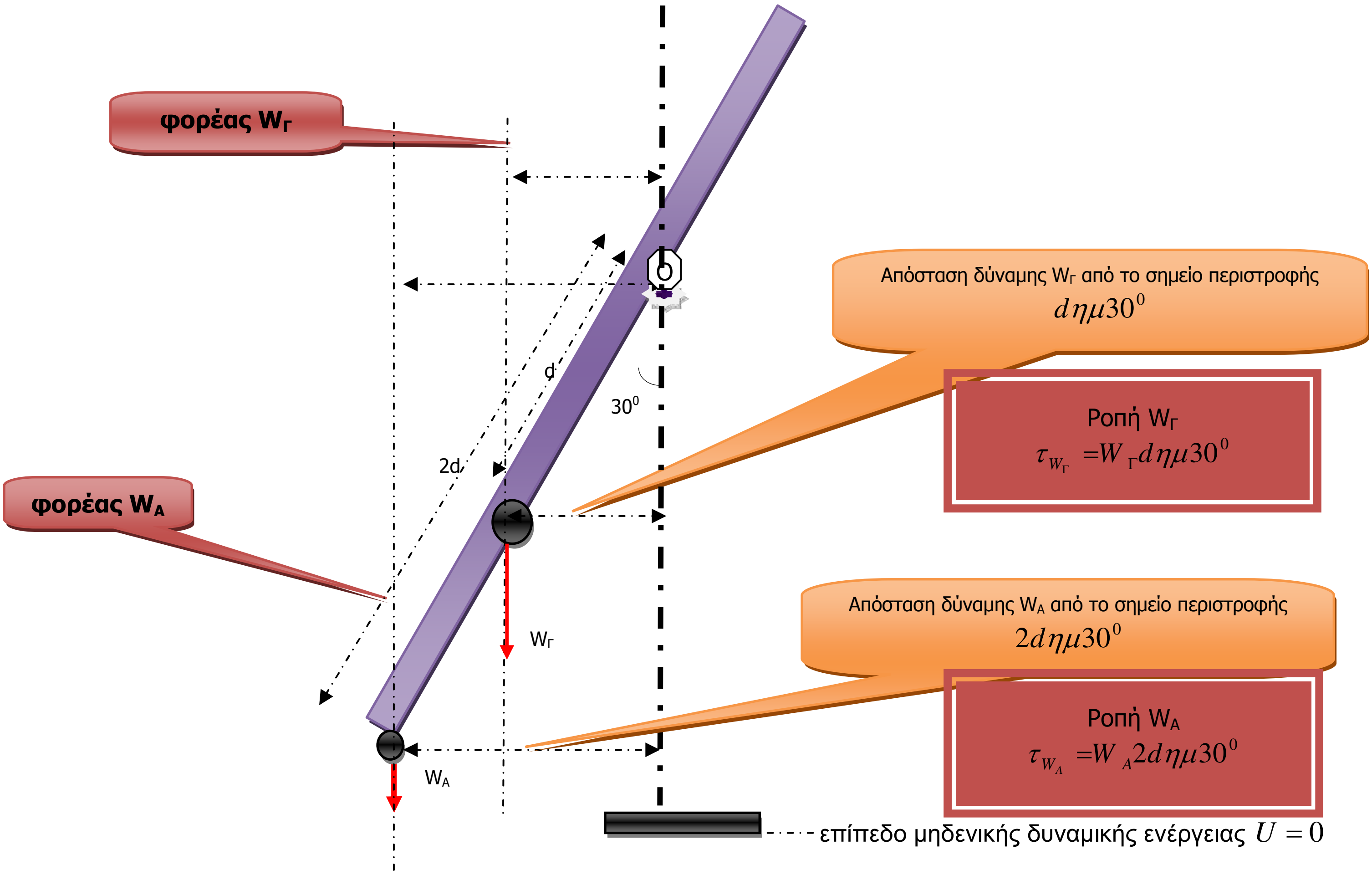
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T - F_x = 0 \Rightarrow T = F_x$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y - W = 0 \Rightarrow F_y = mg$$

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_T + \tau_W + \tau_{F_y} + \tau_{F_x} = 0 \Rightarrow Tl\sigma\upsilon\nu\phi - W\frac{l}{2}\eta\mu\phi + 0 + 0 = 0$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011
Αβαρής ράβδος

ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΣΧΗΜΑ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ



Υπολογισμός συνολικής ροπής

$$\Sigma\tau_{(O)} = \tau_{W_\Gamma} + \tau_{W_A} = W_\Gamma d\eta\mu 30^0 + W_A 2d\eta\mu 30^0 = m_\Gamma g d\frac{1}{2} + m_A g 2d\frac{1}{2}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΗΜΕΙΟΥ ΚΥΛΙΟΜΕΝΟΥ ΤΡΟΧΟΥ

Για να βρούμε την ταχύτητα σημείου κυλιόμενου τροχού ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα

ΒΗΜΑ 1ο

Για την ταχύτητα στο συγκεκριμένο σημείο γράφουμε τη σχέση $\vec{\upsilon}_{\sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}o\upsilon} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\pi}$

ΒΗΜΑ 2ο

Αναλόγως με το σχήμα που προκύπτει, γίνεται αντικατάσταση στην παραπάνω σχέση

ΒΗΜΑ 3ο

Αντικαθιστούμε (στη σχέση όπως γράφεται σύμφωνα με το σχήμα)
$\upsilon_{cm} = \omega R$ και $\upsilon_{\pi} = \omega r$ όπου r η ακτίνα της τροχιάς που αντιστοιχεί το σημείο

ΒΗΜΑ 4ο

Προσθέτουμε τις ταχύτητες όπως έχουν προκύψει από την αντικατάσταση

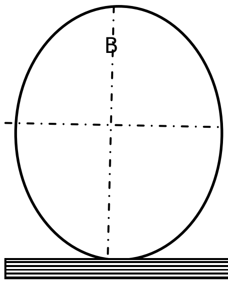
ΒΗΜΑ 5ο

Αντικαθιστούμε το αποτέλεσμα της πρόσθεσης των ωR με βάση τη σχέση $\upsilon_{cm} = \omega R$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

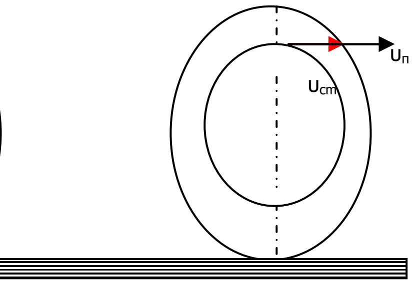
Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση $2R/3$ από το κέντρο K

ΒΗΜΑ 1ο



$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\pi}$

ΒΗΜΑ 2ο



Από το σχήμα προκύπτει

ΒΗΜΑ 3ο

Αντικαθιστούμε

$\upsilon_B = \omega R + \frac{2}{3}\omega R$

ΒΗΜΑ 4ο

Προσθέτουμε

$\upsilon_B = \frac{5}{3}\omega R$

ΒΗΜΑ 5ο

αντικαθιστούμε

$\upsilon_B = \frac{5}{3}\omega R \Rightarrow \upsilon_B = \frac{5}{3}\upsilon_{cm}$

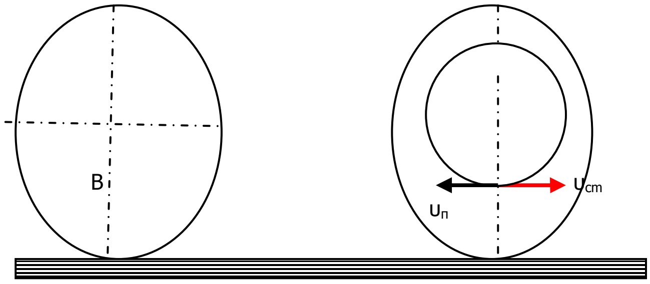
$$\upsilon_B = \upsilon_{cm} + \upsilon_\pi$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση $R/2$ από το κέντρο K

ΒΗΜΑ 1ο

ΒΗΜΑ 2ο



$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_\pi$$

Από το σχήμα προκύπτει

$$\upsilon_B = \upsilon_{cm} - \upsilon_\pi$$

ΒΗΜΑ 3ο

Αντικαθιστούμε

$$\upsilon_B = \omega R - \frac{1}{2}\omega R$$

ΒΗΜΑ 4ο

Προσθέτουμε

$$\upsilon_B = \frac{1}{2}\omega R$$

ΒΗΜΑ 5ο

αντικαθιστούμε

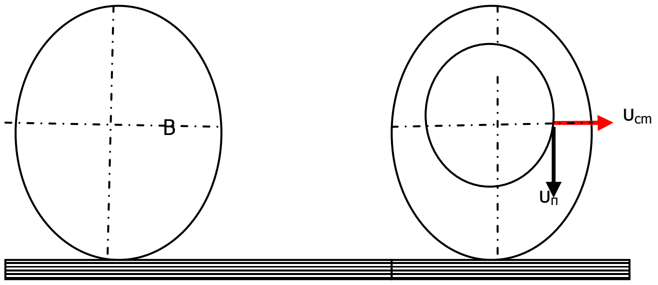
$$\upsilon_B = \frac{1}{2}\omega R \Rightarrow \upsilon_B = \frac{1}{2}\upsilon_{cm}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της οριζόντιας διαμέτρου και απέχει απόσταση $R/2$ από το κέντρο K

ΒΗΜΑ 1ο

ΒΗΜΑ 2ο



$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_\pi$$

Από το σχήμα προκύπτει

$$\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_\pi^2}$$

ΒΗΜΑ 3ο

Αντικαθιστούμε

$$\upsilon_B = \sqrt{(\omega R)^2 + (\frac{1}{2}\omega R)^2}$$

ΒΗΜΑ 4ο

Προσθέτουμε

$$\upsilon_B = \sqrt{\frac{5}{4}(\omega R)^2}$$

ΒΗΜΑ 5ο

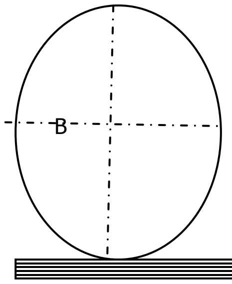
αντικαθιστούμε

$$\upsilon_B = \sqrt{\frac{5}{4}\upsilon_{cm}^2} \Rightarrow \upsilon_B = \frac{\upsilon_{cm}}{2}\sqrt{5}$$

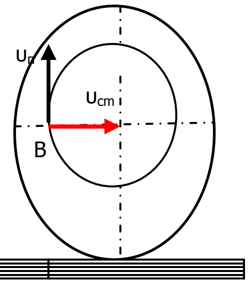
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4

Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της οριζόντιας διαμέτρου και απέχει απόσταση $R/2$ από το κέντρο K

ΒΗΜΑ 1ο



ΒΗΜΑ 2ο



$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_\pi$$

Από το σχήμα προκύπτει

$$\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_\pi^2}$$

ΒΗΜΑ 3ο

Αντικαθιστούμε

$$\upsilon_B = \sqrt{(\omega R)^2 + (\frac{1}{2}\omega R)^2}$$

ΒΗΜΑ 4ο

Προσθέτουμε

$$\upsilon_B = \sqrt{\frac{5}{4}(\omega R)^2}$$

ΒΗΜΑ 5ο

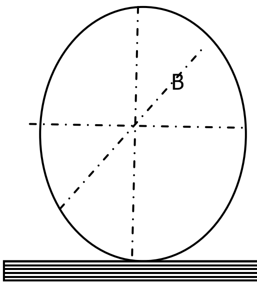
αντικαθιστούμε

$$\upsilon_B = \sqrt{\frac{5}{4}\upsilon_{cm}^2} \Rightarrow \upsilon_B = \frac{\upsilon_{cm}}{2}\sqrt{5}$$

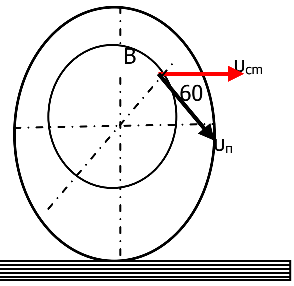
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5

Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της διαγώνιας διαμέτρου και απέχει απόσταση $R/2$ από το κέντρο K (γωνία 60^0)

ΒΗΜΑ 1ο



ΒΗΜΑ 2ο



$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_\pi$$

Από το σχήμα προκύπτει

$$\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_\pi^2 + 2\upsilon_{cm}\upsilon_\pi \sigma\upsilon\nu\phi}$$

ΒΗΜΑ 3ο

Αντικαθιστούμε

$$\upsilon_B = \sqrt{(\omega R)^2 + (\frac{1}{2}\omega R)^2 + 2(\omega R)(\frac{1}{2}\omega R)\sigma\upsilon\nu 60^0}$$

ΒΗΜΑ 4ο

Προσθέτουμε

$$\upsilon_B = \sqrt{\frac{7}{4}(\omega R)^2}$$

ΒΗΜΑ 5ο

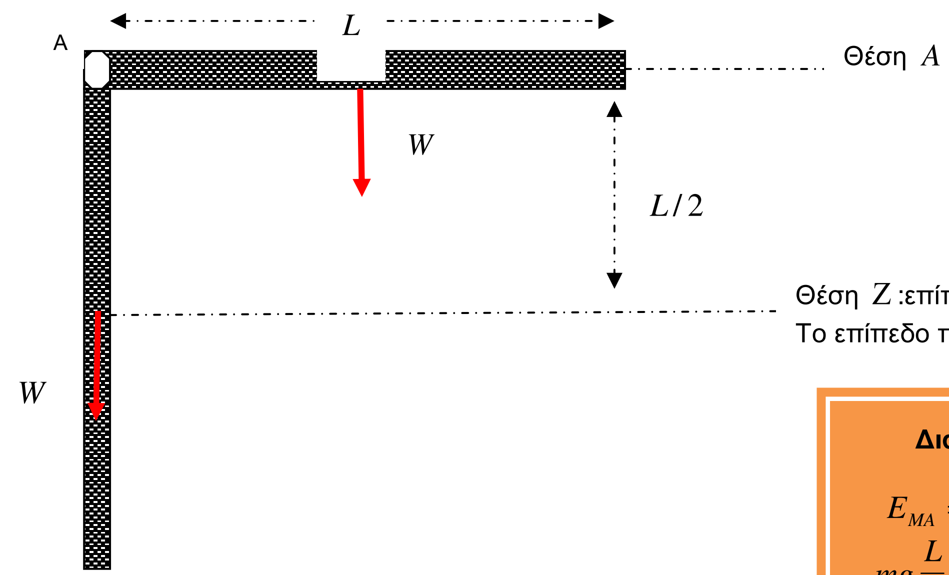
$$\upsilon_B = \sqrt{\frac{7}{4}\upsilon_{cm}^2} \Rightarrow \upsilon_B = \frac{\upsilon_{cm}}{2}\sqrt{7}$$

ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΗ ΡΑΒΔΟΣ ΑΠΟ ΣΤΑΘΕΡΟ ΣΗΜΕΙΟ

Μόνο στροφική κίνηση

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4-12 ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

1ος τρόπος

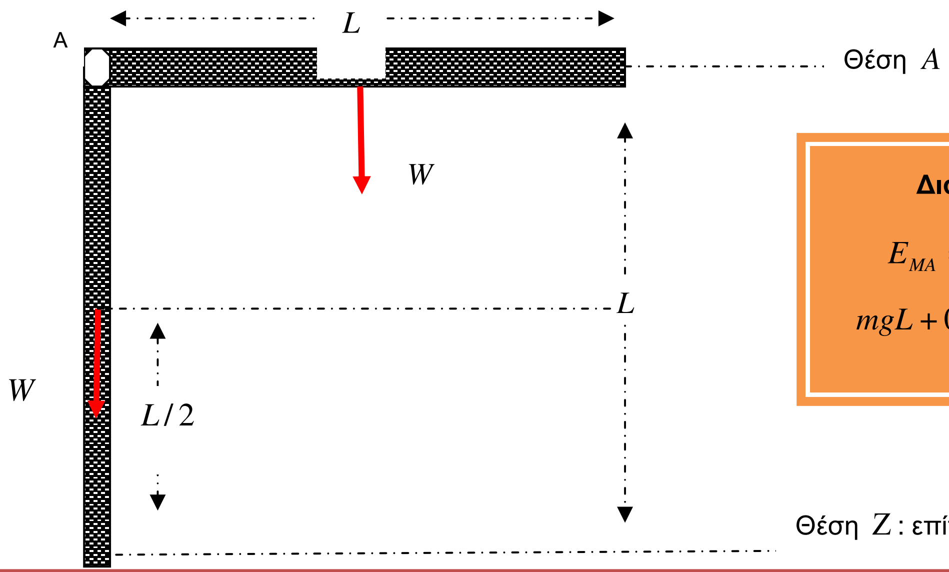


Θέση Z :επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας $U_z = 0$
Το επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας

$$E_{MA} = E_{MZ} \Rightarrow U_A + K_A = U_Z + K_Z \Rightarrow$$
$$mg\frac{L}{2} + 0 = 0 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

2ος τρόπος



Διατήρηση μηχανικής ενέργειας

$$E_{MA} = E_{MZ} \Rightarrow U_A + K_A = U_Z + K_Z \Rightarrow$$
$$mgL + 0 = mg\frac{L}{2} + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

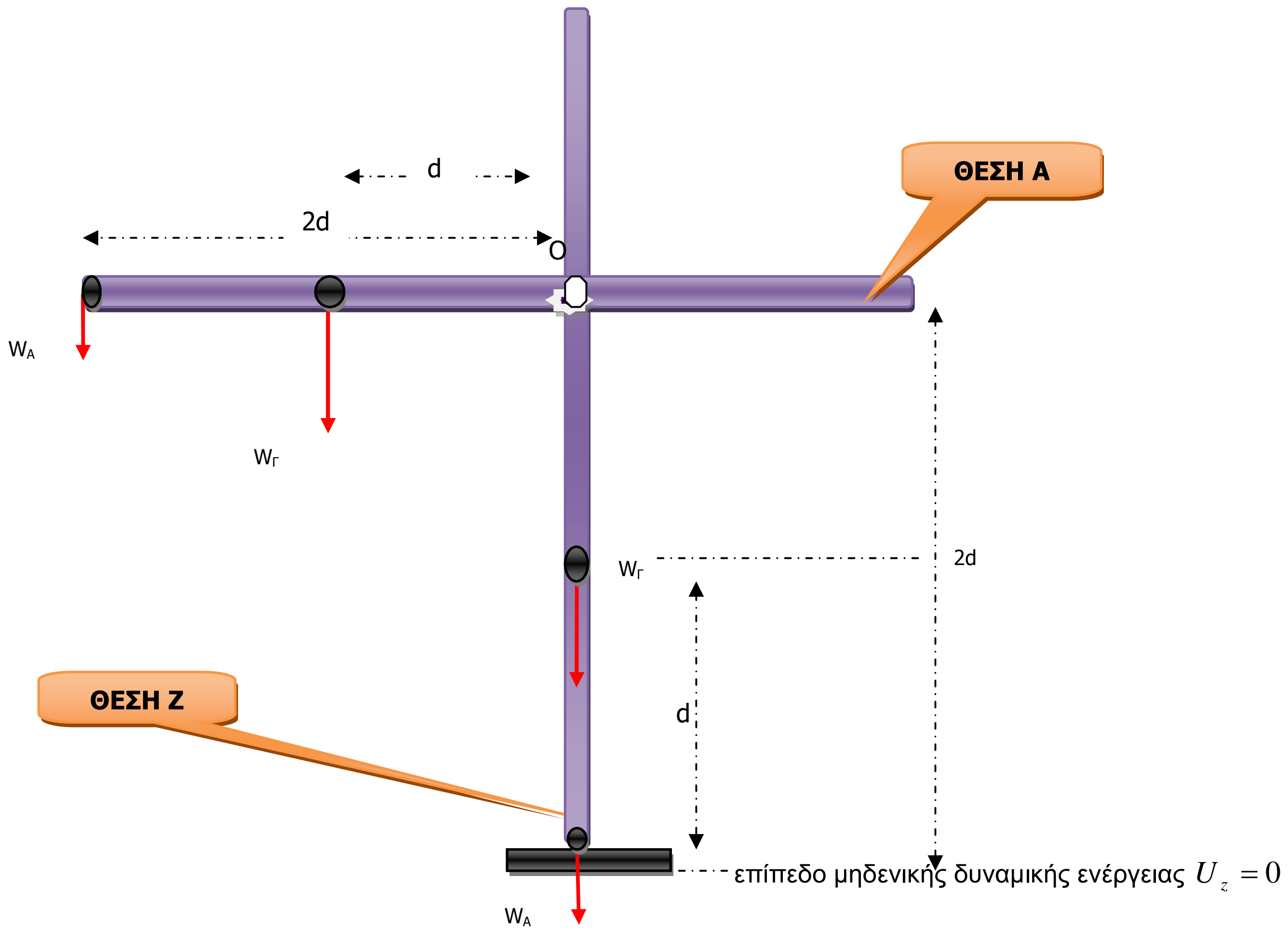
Θέση Z: επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας $U_z = 0$

Στην περιστρεφόμενη ράβδο από σταθερό σημείο από την εφαρμογή της Α.Δ.Μ.Ε βρίσκουμε συνήθως τη γωνιακή ταχύτητα ω της ράβδου στη συγκεκριμένη θέση. Τα βήματα που ακολουθούμε είναι

ΒΗΜΑ 1ο : Ορίζουμε τις θέσεις μεταξύ των οποίων θα εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε . Κριτήριο είναι τα δεδομένα της άσκησης, δηλ. σε ποιες θέσεις γνωρίζουμε κάποια στοιχεία, όπως ταχύτητες
ΒΗΜΑ 2ο : Ορίζουμε επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας. Προφανώς κάποιο από τις δύο θέσεις. Μετά τον ορισμό του επιπέδου μηδενικής δυναμικής ενέργειας, ορίζουμε τις αποστάσεις των μαζών από το εν λόγω επίπεδο, για να

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011
Αβαρής ράβδος

ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΣΧΗΜΑ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ



Διατήρηση μηχανικής ενέργειας

$$E_{MA} = E_{MZ} \Rightarrow U_A + K_A = U_Z + K_Z \Rightarrow$$

$$m_A g 2d + m_\Gamma g 2d + 0 = 0 + m_\Gamma g d + \frac{1}{2} I\omega^2$$

όπου $I = m_A (2d)^2 + m_\Gamma d^2$

ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ – ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΕΩΝ – ΧΡΟΝΩΝ ΚΑΘΟΔΟΥ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ένας συμπαγής κύλινδρος, μια ομογενής σφαίρα και ένας κυκλικός δακτύλιος έχουν την ίδια μάζα m και την ίδια ακτίνα R. Τα τρία σώματα αφήνονται από το ίδιο σημείο κεκλιμένου επιπέδου να κυλίσουν κατά μήκος αυτού χωρίς να ολισθαίνουν

Να συγκριθούν

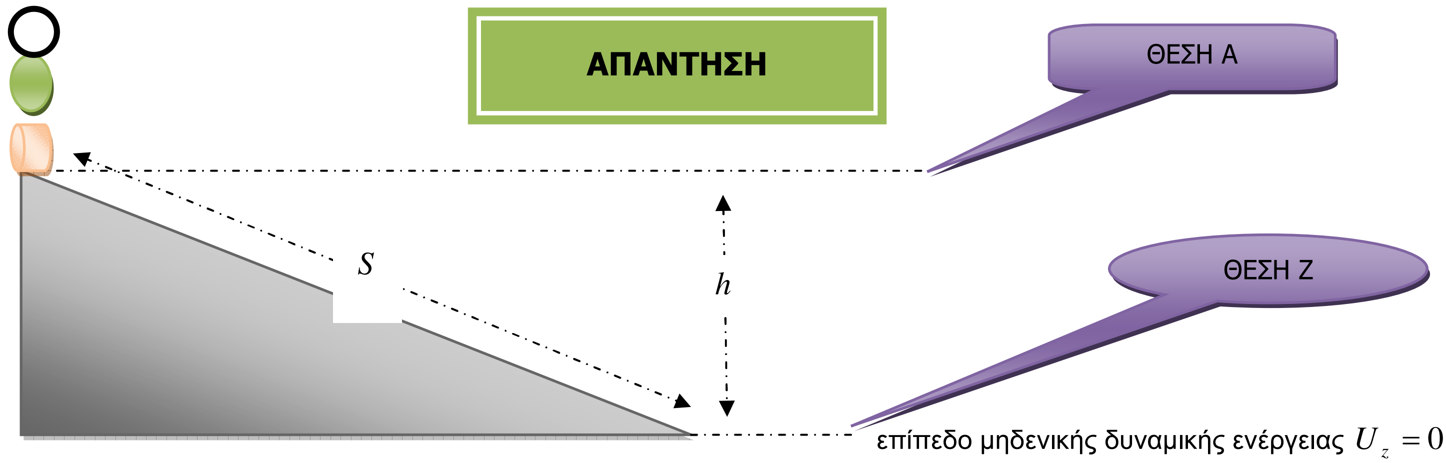
α.οι ταχύτητες των σωμάτων όταν φτάσουν στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου

β.οι επιταχύνσεις των σωμάτων και

γ.οι χρόνοι που τα σώματα φτάνουν στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου

Δίνονται: οι ροπές αδράνειας των τριών σωμάτων $I_K = \frac{1}{2}mR^2$, $I_\sigma = \frac{2}{5}mR^2$ και $I_\delta = mR^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Σύγκριση ταχυτήτων

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τον κύλινδρο

$$E_{MA} = E_{MZ} \Rightarrow U_A + K_A = U_Z + K_Z \Rightarrow mgh + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2}m\upsilon_K^2 + \frac{1}{2}I_K\omega_K^2 \Rightarrow$$

$$mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_K^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\frac{\upsilon_K^2}{R^2} \Rightarrow gh = \frac{3}{4}\upsilon_K^2 \Rightarrow \upsilon_K = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$$

Για την εφαρμογή της ΑΔΜΕ πρέπει να ορίσουμε
Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, ύψος του σώματος σε σχέση με το επίπεδο μηδενικής ενέργειας και ταχύτητες του σώματος στις δύο θέσεις

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τη σφαίρα

$$E_{MA} = E_{MZ} \Rightarrow U_A + K_A = U_Z + K_Z \Rightarrow \; mgh + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2}m\upsilon_\sigma^2 + \frac{1}{2}I_\sigma\omega_\sigma^2 \Rightarrow$$

$$mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_\sigma^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\frac{\upsilon_\sigma^2}{R^2} \Rightarrow gh = \frac{7}{10}\upsilon_\sigma^2 \Rightarrow \upsilon_\sigma = \sqrt{\frac{10}{7}gh}$$

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας για το δακτύλιο

$$E_{MA} = E_{MZ} \Rightarrow U_A + K_A = U_Z + K_Z \Rightarrow \; mgh + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2 + \frac{1}{2}I_\delta\omega_\delta^2 \Rightarrow$$

$$mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2 + \frac{1}{2}mR^2\frac{\upsilon_\delta^2}{R^2} \Rightarrow gh = \upsilon_\delta^2 \Rightarrow \upsilon_\delta = \sqrt{gh}$$

Επειδή $\sqrt{\frac{10}{7}gh} \rangle \sqrt{\frac{4}{3}gh} \rangle \sqrt{gh}$ για τις ταχύτητες ισχύει $\upsilon_\sigma > \upsilon_K > \upsilon_\delta$

Σύγκριση επιταχύνσεων

Επειδή τα τρία σώματα διανύουν την ίδια απόσταση, θα χρησιμοποιηθεί και για τα τρία η σχέση $S = \frac{\upsilon^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{\upsilon^2}{2S}$ η οποία προκύπτει από τις σχέσεις $S = \frac{1}{2}at^2$ και $\upsilon = at$ με απαλοιφή του χρόνου

Επιτάχυνση κυλίνδρου $\quad a_K = \frac{\upsilon_K^2}{2S} = \frac{\frac{4}{3}gh}{2S} = \frac{4gh}{6S}$

Επιτάχυνση σφαίρας $\quad a_\sigma = \frac{\upsilon_\sigma^2}{2S} = \frac{\frac{10}{7}gh}{2S} = \frac{10gh}{14S}$

Επιτάχυνση δακτυλίου $\quad a_\delta = \frac{\upsilon_\delta^2}{2S} = \frac{gh}{2S} = \frac{gh}{2S}$

Επειδή $\frac{10gh}{14S} \rangle \frac{4gh}{6S} \rangle \frac{gh}{2S}$ για τις επιταχύνσεις ισχύει $a_\sigma > a_K > a_\delta$

Σύγκριση χρόνων

Για το χρόνο χρησιμοποιούμε την σχέση $\upsilon = at \Rightarrow t = \frac{\upsilon}{a}$

Χρόνος καθόδου κυλίνδρου $t_K = \dfrac{\upsilon_K}{a_K} = \dfrac{\sqrt{\frac{4}{3}gh}}{\frac{4gh}{6S}} = S\sqrt{\dfrac{3}{gh}}$

Χρόνος καθόδου σφαίρας $t_\sigma = \dfrac{\upsilon_\sigma}{a_\sigma} = \dfrac{\sqrt{\frac{10}{7}gh}}{\frac{10gh}{14S}} = S\sqrt{\dfrac{2.8}{gh}}$

Χρόνος καθόδου δακτυλίου $t_\delta = \dfrac{\upsilon_\delta}{a_\delta} = \dfrac{\sqrt{gh}}{\frac{gh}{2S}} = S\sqrt{\dfrac{4}{gh}}$

Επειδή $S\sqrt{\dfrac{4}{gh}} \rangle S\sqrt{\dfrac{3}{gh}} \rangle S\sqrt{\dfrac{2.8}{gh}}$ για τους χρόνους ισχύει $t_\delta > t_K > t_\sigma$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Ι

ΚΙΝΗΣΗ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ (άνοδος)

Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με μεταφορική ταχύτητα $\upsilon_{cm} = 10m/s$.Στην πορεία της συναντά κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$ στο οποίο ανεβαίνει χωρίς να ολισθαίνει

Να βρεθούν

α.η επιτάχυνση του κέντρου μάζας της σφαίρας

β.η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας

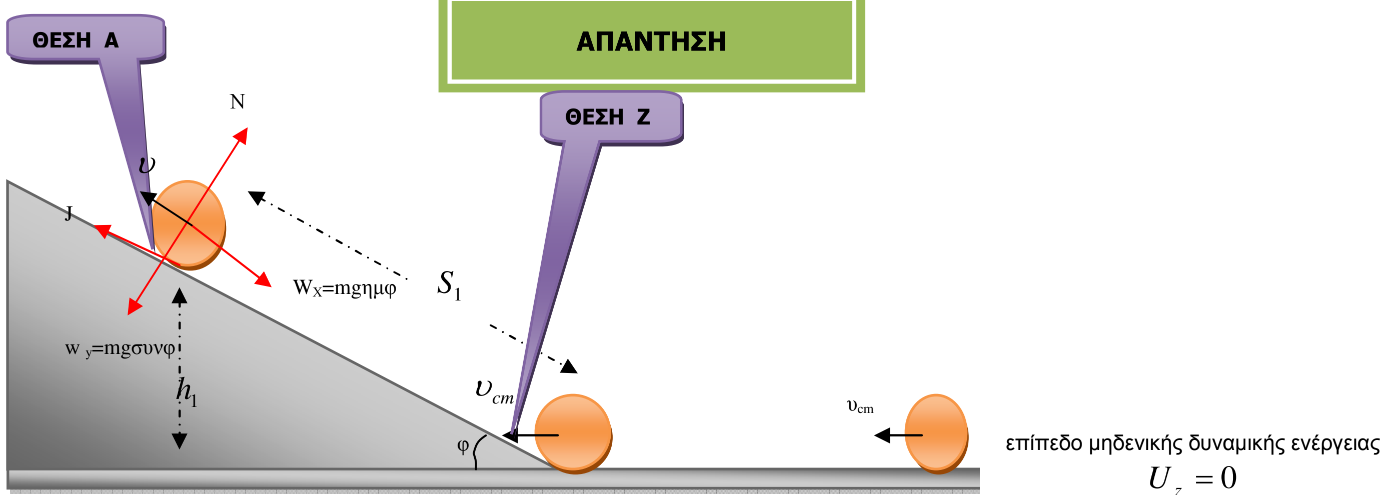
γ.οι τιμές του συντελεστή οριακής στατικής τριβής για τις οποίες η κίνηση της σφαίρας στο κεκλιμένο επίπεδο γίνεται χωρίς ολίσθηση και

δ.η απόσταση που θα διατρέξει η σφαίρα κατά την άνοδό της στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει

Δίνονται

Η ακτίνα της σφαίρας $R = 10cm$, $\eta\mu 30^0 = \dfrac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I = \dfrac{2}{5}mR^2$ και $g = 10m/s^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Υπολογισμός επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας

Επιβραδυνόμενη κίνηση με $\upsilon_0 = \upsilon_{cm} = 10m/s$
ισχύουν οι εξισώσεις

$$\upsilon = \upsilon_0 - at \quad \text{και} \quad x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}at^2$$

Από τις εξισώσεις αυτές με απαλοιφή του χρόνου προκύπτει η σχέση

$$x = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{2a_{cm}}$$

ΘΜΚΕ ($A \to Z$) Η ταχύτητα στη θέση Α είναι υ και στη θέση Ζ είναι $\upsilon_0 = 10m/s$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_N + W_{W_y} + W_{Wx} + W_T \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right) - \left\{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right\} = 0 + 0 - mgS_1\eta\mu\phi + 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\frac{\upsilon^2}{R^2}\right) - \left\{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\frac{\upsilon_0^2}{R^2}\right\} = -mgS_1\eta\mu\phi \Rightarrow$$

$$\frac{7}{10}m\upsilon^2 - \frac{7}{10}m\upsilon_0^2 = -mgS_1\eta\mu\phi \Rightarrow \upsilon_0^2 - \upsilon^2 = \frac{100}{14}S_1 \quad (1)$$

Κατά την κύλιση σώματος το έργο της τριβής είναι μηδέν δηλ. $W_T = 0$

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4 – 13
ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Αλλά $S_1 = \dfrac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{2a_{cm}}$ (2) Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει $\dfrac{100}{14}S_1 = 2S_1 a_{cm} \Rightarrow \dfrac{100}{14\times 2} = a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \dfrac{25}{7}\dfrac{m}{s^2}$

Απόδειξη της σχέσης $x = \dfrac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{2a_{cm}}$

Επιβραδυνόμενη κίνηση

Από τη σχέση $\upsilon = \upsilon_0 - a_{cm}t \Rightarrow t = \dfrac{\upsilon_0 - \upsilon}{a_{cm}}$ αντικαθιστούμε στη σχέση $x = \upsilon_0 t - \dfrac{1}{2}a_{cm}t^2$ και έχουμε

$$x = \upsilon_0\left(\frac{\upsilon_0 - \upsilon}{a_{cm}}\right) - \frac{1}{2}a_{cm}\left(\frac{\upsilon_0 - \upsilon}{a_{cm}}\right)^2 \Rightarrow x = \upsilon_0\left(\frac{\upsilon_0 - \upsilon}{a_{cm}}\right) - \frac{1}{2}\frac{(\upsilon_0 - \upsilon)^2}{a_{cm}} \Rightarrow x = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon_0\upsilon}{a_{cm}} - \frac{1}{2}\left(\frac{\upsilon_0^2 + \upsilon^2 - 2\upsilon_0\upsilon}{a_{cm}}\right) \Rightarrow$$

$$x = \frac{2\upsilon_0^2 - 2\upsilon_0\upsilon}{2a_{cm}} - \frac{1}{2}\left(\frac{\upsilon_0^2 + \upsilon^2 - 2\upsilon_0\upsilon}{a_{cm}}\right) \Rightarrow x = \frac{2\upsilon_0^2 - 2\upsilon_0\upsilon - \upsilon_0^2 - \upsilon^2 + 2\upsilon_0\upsilon}{2a_{cm}} \Rightarrow x = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{2a_{cm}}$$

2ος τρόπος με διατήρηση μηχανικής ενέργειας
Θέσεις Ζ και Α

Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το Ζ (δηλ. $U_Z = 0$)

$$E_{MZ} = E_{MA} \Rightarrow U_Z + K_Z = U_A + K_A \Rightarrow$$

$$0 + \left(\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right) = mgh_1 + \left(\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right) \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\frac{\upsilon_0^2}{R^2}\right) = mgh_1 + \left(\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\frac{\upsilon^2}{R^2}\right) \Rightarrow$$

Στο κεκλιμένο επίπεδο ισχύουν $W_x = mg\eta\mu\phi$, $W_y = mg\sigma\upsilon\nu\phi$ και

$$\eta\mu\phi = \frac{h_1}{S_1}$$

$$(\frac{5}{10}m\upsilon_0^2+\frac{2}{10}m\upsilon_0^2)=mgh_1+(\frac{5}{10}m\upsilon^2+\frac{2}{10}m\upsilon^2)\Rightarrow(\frac{5}{10}\upsilon_0^2+\frac{2}{10}\upsilon_0^2)=gh_1+(\frac{5}{10}\upsilon^2+\frac{2}{10}\upsilon^2)\Rightarrow$$

$$\frac{7}{10}\upsilon_0^2=gh_1+\frac{7}{10}\upsilon^2\Rightarrow\frac{7}{10}10^2=10h_1+\frac{7}{10}\upsilon^2\Rightarrow 70=10h_1+\frac{7}{10}\upsilon^2\Rightarrow 70=10S_1\eta\mu 30^0+\frac{7}{10}\upsilon^2 \quad (1)$$

αλλά $S_1=\dfrac{\upsilon_0^2-\upsilon^2}{2a_{cm}}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει $a_{cm}=\dfrac{25}{7}\dfrac{m}{s^2}$

3ος τρόπος με τους θεμελιώδεις νόμους μεταφορικής και στροφικής κίνησης

1.Ο άξονας περιστροφής διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος (βοηθητική σχέση $a=a_{\gamma\omega\nu}R$)

Μεταφορική: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{a}_{cm}\Rightarrow J-W_x=-ma_{cm}\Rightarrow J-mg\eta\mu\phi=-ma_{cm}$ (1)

Στροφική: $\Sigma\tau=Ia_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow JR=\frac{2}{5}mR^2a_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow JR=\frac{2}{5}mR^2\frac{a_{cm}}{R}\Rightarrow J=\frac{2}{5}ma_{cm}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει

$$\frac{2}{5}ma_{cm}-mg\eta\mu\phi=-ma_{cm}\Rightarrow\frac{2}{5}a_{cm}-g\eta\mu\phi=-a_{cm}\Rightarrow\frac{2}{5}a_{cm}+a_{cm}=g\eta\mu 30^0\Rightarrow\frac{7}{5}a_{cm}=g\eta\mu 30^0\Rightarrow$$

$$a_{cm}=\frac{5}{7}g\eta\mu 30^0\Rightarrow\frac{7}{5}a_{cm}=5\Rightarrow a_{cm}=\frac{25}{7}\frac{m}{s^2}$$

2.Ο άξονας περιστροφής διέρχεται από το σημείο επαφής του σώματος με το κεκλιμένο επίπεδο

Ροπή δημιουργεί η W_x (Θεώρημα $Steiner$ $I_p=I_{cm}+mR^2=\frac{2}{5}mR^2+mR^2=\frac{7}{5}mR^2$)

$$\Sigma\tau=I_pa_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow W_xR=\frac{7}{5}mR^2a_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow mg\eta\mu\phi R=\frac{7}{5}mR^2\frac{a_{cm}}{R}\Rightarrow g\eta\mu\phi=\frac{7}{5}a_{cm}\Rightarrow a_{cm}=\frac{25}{7}m/s^2$$

Υπολογισμός γωνιακής επιτάχυνσης της σφαίρας

Από τη σχέση $a_{cm}=a_{\gamma\omega\nu}R$ προκύπτει $a_{\gamma\omega\nu}=\dfrac{a_{cm}}{R}=\dfrac{25/7}{0.1}=\dfrac{250}{7}rad/s^2$

Συνθήκη για να κυλίεται η σφαίρα και να μην ολισθαίνει

$$J\leq\mu N$$

Επομένως

$$J \le \mu N \Rightarrow \mu \ge \frac{J}{N} \Rightarrow \mu \ge \frac{\frac{2}{5} m a_{cm}}{B_y} \Rightarrow \mu \ge \frac{\frac{2}{7} mg\,\eta\mu 30^0}{mg\,\sigma\upsilon\nu 30^0} \Rightarrow \mu \ge \frac{2}{7}\frac{\eta\mu 30^0}{\sigma\upsilon\nu 30^0} \Rightarrow \mu \ge \frac{2}{7}\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \mu \ge \frac{2}{7}\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\mu \ge \frac{2\sqrt{3}}{21}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΙΙ

ΣΥΝΘΕΤΗ ΑΣΚΗΣΗ

Ομογενής ράβδος μήκους $l = 0.75m$ και μάζας $M = 4Kg$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στη ράβδο και διέρχεται από το ένα άκρο της. Στο άλλο άκρο της ράβδου είναι προσκολλημένη μάζα $m = 2Kg$ η οποία κινείται μαζί της . Αρχικά η ράβδος βρίσκεται στην άνω κατακόρυφη θέση της και αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί

Να βρεθούν

Α.Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος όταν το σύστημα ράβδος – μάζα είναι στην οριζόντια θέση και η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου στην ίδια θέση

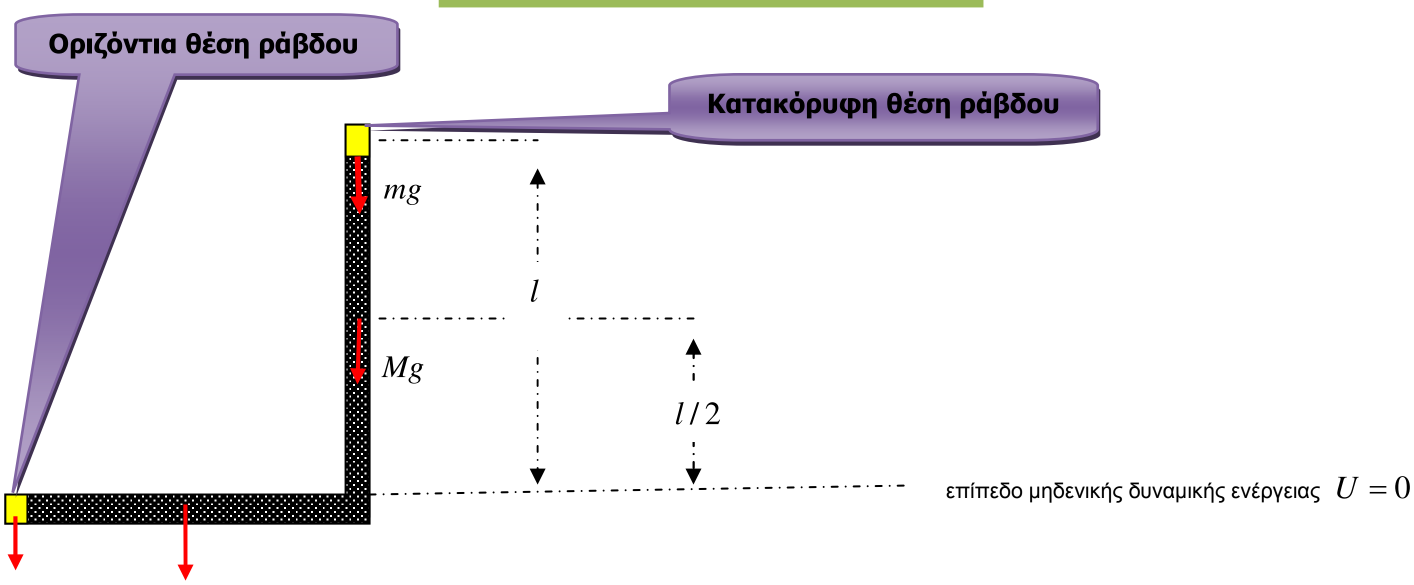
Β. Όταν η ράβδος φτάσει στην κάτω κατακόρυφη θέση της, η μάζα m αποκολλάται από τη ράβδο και κινούμενη οριζόντια, συγκρούεται πλαστικά με σώμα ίσης μάζας που βρίσκεται δεμένο στην ελεύθερη άκρη οριζόντιου ελατηρίου που έχει το άλλο άκρο του στερεωμένο. Το ελατήριο έχει σταθερά $k = 1N/cm$ και βρίσκεται στο φυσικό του μήκος

Να υπολογιστούν

το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το ελατήριο και μετά από πόσο χρόνο μετά την κρούση το ελατήριο θα ξαναβρεθεί στη θέση φυσικού του μήκους

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I = \frac{1}{12}Ml^2$ και $g = 10m/s^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



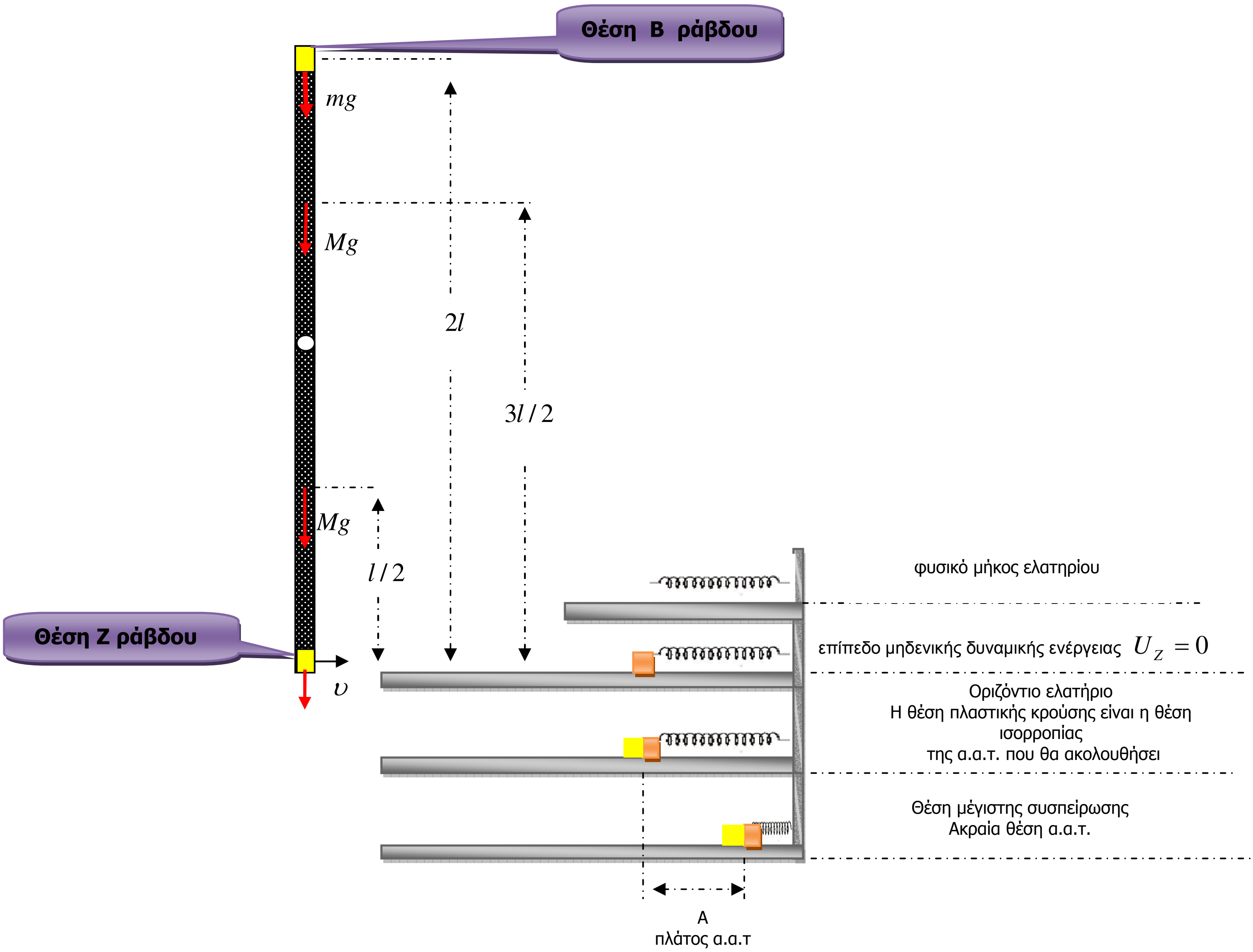
Υπολογισμός ρυθμού μεταβολής της στροφορμής και γωνιακής επιτάχυνσης

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής δίνεται από τη σχέση $\left|\frac{dL}{dt}\right| = \Sigma\tau_{\varepsilon\xi}$

Αλλά $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = Mg\frac{l}{2} + mgl = 30Kg\frac{m^2}{s^2}$ επομένως $\left|\frac{dL}{dt}\right| = 30Kg\frac{m^2}{s^2}$

Επίσης $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = Ia_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 30 = (\frac{1}{12}Ml^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2 + ml^2)a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 30 = \frac{15}{8}a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = 16rad/s$

Υπολογισμός πλάτους ταλάντωσης και χρόνου μέγιστης συσπείρωσης



Διατήρηση μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Β και Ζ

$$E_{MB} = E_{MZ} \Rightarrow U_B + K_B = U_Z + K_Z \Rightarrow Mg\frac{3l}{2} + mg2l + 0 = Mg\frac{l}{2} + 0 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega = 8rad/s$$

Η ταχύτητα της μάζας m στο κατώτερο σημείο είναι $\upsilon = \omega l = 8 \times \frac{3}{4} = 6m/s$

Πλαστική κρούση $\vec{P}_{\text{ολπριν}} = \vec{P}_{\text{ολμετά}} \Rightarrow m\upsilon + 0 = 2mV \Rightarrow V = 3m/s$

Το σύστημα εκτελεί α.α.τ. γιατί η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σύστημα είναι η $F_{\varepsilon\lambda} = -kx$ επομένως

$\Sigma F = F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow \Sigma F = -kx$ με $D = k$ και $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_{o\lambda}}{k}}$ με $m_{o\lambda} = 2m$

Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την πλαστική κρούση είναι η μέγιστη ταχύτητα της α.α.ταλάντωσης που

εκτελεί το σύστημα επομένως ισχύει $U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}2mV^2 \Rightarrow A = 0.6m$

Η θέση της πλαστικής κρούσης είναι η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης επομένως ο χρόνος που χρειάζεται ώστε το ελατήριο θα ξαναβρεθεί στη θέση φυσικού του μήκους είναι

$\Delta t = \frac{T}{2}$ όπου $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$ επομένως $\Delta t = \frac{2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}}{2} \Rightarrow \Delta t = \pi\sqrt{\frac{2m}{k}} = \pi\sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{2}{10}\pi = 0.2\pi s$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

1.Καλλιτεχνικό πατινάζ
2.Ακροβάτες – Αθλητές καταδύσεων
3.Αστέρες νετρονίων
4.Παράδειγμα 4-11 σχολικού βιβλίου. Άνθρωπος με βαρη στα χέρια
5.Η Γη αν έλιωναν οι πάγοι
6.Παράδειγματα 4-27 , 4-60 και 4-64 σχολικού βιβλίου
7.Παραδειγμα 1 ερωτήσεων με αιτιολόγηση

Τα παραπάνω παραδείγματα (και όχι μόνο) μπορούμε να τα αντιμετωπίσουμε ενιαία, γιατί η στροφορμή διατηρείται σταθερή. Επομένως μπορούμε να γράψουμε

επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν, η στροφορμή διατηρείται σταθερή και μπορούμε να γράψουμε $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

Για τους αθλητές καλλιτεχνικού πατινάζ και τον άνθρωπο με τα βάρη στο χέρι η παραπάνω πρόταση γράφεται

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων (βάρος και δύναμη από το έδαφος) είναι μηδέν (δε δημιουργούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής), η στροφορμή διατηρείται σταθερή και μπορούμε να γράψουμε $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

όπου I_1 και ω_1 ροπή αδράνειας και γωνιακή ταχύτητα πριν, και

I_2 και ω_2 ροπή αδράνειας και γωνιακή ταχύτητα μετά την ανακατανομή της μάζας

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω αρχικά έχουν τα χέρια απλωμένα και κατόπιν τα συμπτύσσουν. Να συγκριθούν οι γωνιακές ταχύτητες πριν και μετά

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων (βάρος και δύναμη από το έδαφος) είναι μηδέν (δε δημιουργούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής), η στροφορμή διατηρείται σταθερή

ισχύει $I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow \dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{\omega_2}{\omega_1}$

επειδή $I_1 > I_2$ (έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας με απλωμένα χέρια – βλέπε ορισμό ροπής αδράνειας) και $\omega_2 > \omega_1$ δηλ. περιστρέφεται πιο γρήγορα

Για τους ακροβάτες και αθλητές καταδύσεων η παραπάνω πρόταση γράφεται

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων (του βάρους) είναι μηδέν (δε δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής), η στροφορμή διατηρείται σταθερή και μπορούμε να γράψουμε $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

όπου I_1 και ω_1 ροπή αδράνειας και γωνιακή ταχύτητα πριν, και

I_2 και ω_2 ροπή αδράνειας και γωνιακή ταχύτητα μετά την ανακατανομή της μάζας

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω αρχικά έχουν απλωμένα το σώμα και κατόπιν το συμπτύσσουν. Να συγκριθούν οι γωνιακές ταχύτητες πριν και μετά

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων (του βάρους) είναι μηδέν (δε δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής), η στροφορμή διατηρείται σταθερή

ισχύει $I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow \dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{\omega_2}{\omega_1}$

επειδή $I_1 > I_2$ (έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας με απλωμένο σώμα – βλέπε ορισμό ροπής αδράνειας) και $\omega_2 > \omega_1$ δηλ. περιστρέφεται πιο γρήγορα

Για αστέρες και Γη η παραπάνω πρόταση γράφεται

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων (ελκτική δύναμη) είναι μηδέν (δε δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής), η στροφορμή διατηρείται σταθερή και μπορούμε να γράψουμε $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

όπου I_1 και ω_1 ροπή αδράνειας και γωνιακή ταχύτητα πριν, και

I_2 και ω_2 ροπή αδράνειας και γωνιακή ταχύτητα μετά την ανακατανομή της μάζας

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Ι
Αστέρας νετρονίων

Αρχικά έχουν μεγάλη μάζα και κατόπιν συρρικνώνονται
Να συγκριθούν οι γωνιακές ταχύτητες πριν και μετά

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων (ελκτική δύναμη) είναι μηδέν (δε δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής), η στροφορμή διατηρείται σταθερή

ισχύει $I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

επειδή $I_1 > I_2$ (έχει μεγαλύτερη μάζα αρχικά) και $\omega_2 > \omega_1$ δηλ. περιστρέφεται πιο γρήγορα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΙΙ
Αν λιώσουν οι πολικοί πάγοι

Αρχικά έχει μικρότερη ακτίνα. Με το λιώσιμο των πάγων η ακτίνα αυξάνεται
Να συγκριθούν οι γωνιακές ταχύτητες πριν και μετά

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων (ελκτική δύναμη) είναι μηδέν (δε δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής), η στροφορμή διατηρείται σταθερή

ισχύει $I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

επειδή $I_1 < I_2$ (έχει μεγαλύτερη ακτίνα τελικά) και $\omega_2 < \omega_1$ δηλ. περιστρέφεται πιο αργά

Σημείωση
Η συχνότητα περιστροφής f συνδέεται με τη γωνιακή ταχύτητα ω με τη σχέση $\omega = 2\pi f$

Για 4-27 , 4-60 , 4-64 σχολικού βιβλίου και παραδειγμα 1 ερωτήσεων με αιτιολόγηση (δίσκος σε παιδική χαρά) η παραπάνω πρόταση γράφεται

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων (βάρος και δύναμη από το .....) είναι μηδέν (δε δημιουργούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής), η στροφορμή διατηρείται σταθερή και μπορούμε να γράψουμε $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

όπου I_1 και ω_1 ροπή αδράνειας και γωνιακή ταχύτητα πριν, και

I_2 και ω_2 ροπή αδράνειας και γωνιακή ταχύτητα μετά την ανακατανομή της μάζας

Οι αλλαγές στη ροπή αδράνειας δίνονται με διαφορετικό τρόπο, πολύ απλό

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Κύλινδρος ακτίνας $R = 0.2m$ και μάζας $m = 1Kg$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης $F = 30N$ που εφαρμόζεται στο κέντρο του κυλίνδρου
α.να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στον κύλινδρο
β.να δειχθεί ότι το έργο της τριβής κατά την κύλιση του κυλίνδρου είναι μηδέν
Δίνεται: η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου $I = \frac{1}{2}mR^2$

Απάντηση: $10N$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Κατακόρυφος ομογενής ράβδος μήκους l και μάζας M μπορεί να περιστραφεί γύρω από άξονα κάθετο στο πάνω άκρο της χωρίς τριβές. Η ράβδος ισορροπεί στην κατακόρυφο θέση. Βλήμα μάζας $m = \frac{M}{8}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_0 και διαπερνά ακαριαία τη ράβδο και εξέρχεται με ταχύτητα $\frac{\upsilon_0}{3}$ από το κέντρο της
Να υπολογιστούν
α.η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση και
β.η ταχύτητα υ_0 ώστε να εκτραπεί η ράβδος κατά γωνία $\varphi = 90^0$
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο της $I = \frac{1}{12}Ml^2$

Απάντηση: $\frac{\upsilon_0}{8l}$
$8\sqrt{3gl}$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Κατακόρυφος ομογενής ράβδος μήκους l και μάζας M μπορεί να περιστραφεί γύρω από άξονα κάθετο στο πάνω άκρο της χωρίς τριβές. Η ράβδος ισορροπεί στην κατακόρυφο θέση. Βλήμα μάζας M κινείται οριζόντια με ταχύτητα

υ_0 και σφηνώνεται στο κάτω άκρο της ράβδου. Να υπολογιστεί η ελάχιστη ταχύτητα υ_0 ώστε η ράβδος να εκτελέσει ανακύκλωση

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο της $I = \frac{1}{12}Ml^2$

Απάντηση: $\sqrt{8gl}$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Σφαίρα μάζας m και ακτίνας R αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα να κυλίσει χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ. Όταν η σφαίρα διανύσει διάστημα S στο κεκλιμένο επίπεδο αποκτά ταχύτητα

$\upsilon = \sqrt{\frac{5}{4} gS\eta\mu\varphi}$

Να εξεταστεί αν η σφαίρα είναι συμπαγής ή όχι

Δίνονται:η ροπή αδράνειας συμπαγούς σφαίρας $I = \frac{2}{5}mR^2$ και το g

Απάντηση: όχι

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δύο όμοιες σφαίρες μάζας m και ακτίνας R αφήνονται από το ίδιο ύψος κεκλιμένου επιπέδου. Η μία σφαίρα ολισθαίνει χωρίς να κυλίεται ενώ η άλλη κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει
Να συγκριθούν
α.οι ταχύτητες
β.οι επιταχύνσεις και
γ.οι χρόνοι άφιξης των σφαιρών στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας $I = \frac{2}{5}mR^2$

Απάντηση: $\upsilon_1 > \upsilon_2$
$a_1 > a_2$
$t_1 < t_2$

ΑΣΚΗΣΗ 6

Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m κυλάει, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με μεταφορική ταχύτητα $\upsilon = 12m/s$. Στην πορεία της συναντά κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης φ με $\eta\mu\varphi = 0.6$ στο οποίο ανεβαίνει χωρίς να ολισθαίνει
Να υπολογίσετε την απόσταση που θα διατρέξει η σφαίρα κατά την άνοδό της στο κεκλιμένο επίπεδο

Δίνονται: ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I = \frac{2}{5}mR^2$ και $g = 10m/s^2$

Απάντηση: $16.8m$

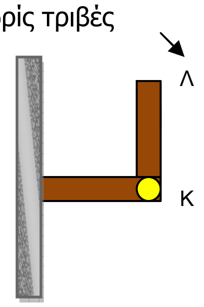
ΑΣΚΗΣΗ 7

Λεπτή στεφάνη αφήνεται ελεύθερη από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου να κινηθεί προς τα κάτω. Η στεφάνη κυλάει χωρίς να ολισθαίνει. Το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι $s = 80m$ και η γωνία κλίσης του $\varphi = 30^0$
Να υπολογίσετε τη γραμμική ταχύτητα της στεφάνης όταν φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου
Δίνεται: $g = 10m/s^2$

Απάντηση: $20m/s$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Η ράβδος $K\Lambda$ του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της K χωρίς τριβές



Η ράβδος έχει μήκος $l = 1m$ και είναι ομογενής. Συγκρατούμε τη ράβδο σε κατακόρυφη θέση.Κάποια στιγμή αφήνουμε τη ράβδο να κινηθεί
Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που έχει διαγράψει τόξο

α. $\frac{\pi}{3}$ και

β. $3\frac{\pi}{2}$

Δίνεται: $g = 10m/s^2$ και ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{1}{12}Ml^2$

Απάντηση: $\sqrt{15}\frac{rad}{s}$
$\sqrt{30}\frac{rad}{s}$

ΑΣΚΗΣΗ 9

Ένας κύλινδρος κυλά χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου. Κάποια στιγμή η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι $\upsilon_{cm} = 20m/s$
Αν η μάζα του κυλίνδρου είναι $m = 5Kg$ να υπολογίσετε για αυτή τη χρονική στιγμή

α.την $K_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi}$

β.την $K_{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho}$

γ.την $K_{o\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}$ του κυλίνδρου

Δίνεται: ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2}mR^2$

Απάντηση: $1000J$
$500J$
$1500J$

ΑΣΚΗΣΗ 10

Ένας κύλινδρος με ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2}mR^2$ αφήνεται να κυλίσει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου ύψους $h = 10.8m$
Να υπολογίσετε
α.την ταχύτητα της μεταφορικής κίνησης όταν φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και
β.τη στροφορμή στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου
Δίνονται: μάζα κυλίνδρου $m = 1Kg$, ακτίνα κυλίνδρου $R = 0.1m$ και $g = 10m/s^2$

Απάντηση: $12m/s$
$0.6Kgm^2/s$

ΑΣΚΗΣΗ 11

Μια ράβδος μήκους $l = 1.5m$ και βάρους $20N$ μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το ένα άκρο της. Η ράβδος αρχικά βρίσκεται στην κατακόρυφο θέση και με μικρή ώθηση η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται

Να υπολογιστεί η ταχύτητα του άκρου της ράβδου όταν αυτή περνάει

α.από την οριζόντια

β.από την κατακόρυφο θέση και

γ. να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στη ράβδο στο σημείο περιστροφής της ράβδου όταν η ράβδος διέρχεται από την κατακόρυφο θέση

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο που περνάει από την άκρη της ράβδου $I = \frac{1}{3}ml^2$ όπου m η μάζα της ράβδου

Απάντηση: $\sqrt{3gl}$

$\sqrt{6gl}$

$80N$

ΑΣΚΗΣΗ 12

Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta = 45^0$ αφήνεται ελεύθερος ένας κύλινδρος

Να υπολογίσετε την γραμμική ταχύτητά του στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου

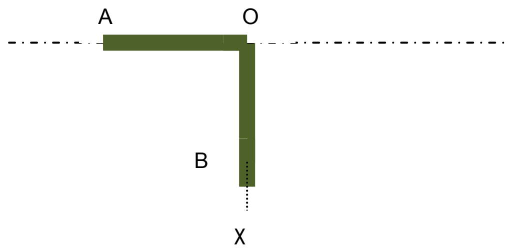
Δίνονται:μήκος κεκλιμέμου επιπέδου $10m$, $m = 5Kg$, $R = 0.2m$, $\mu = 0.25$, $g = 10m/s^2$,$I = \frac{1}{2}mR^2$,

$\eta\mu 45^0 = \sigma\upsilon\nu 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ και $\sqrt{2} \approx 1.4$

Απάντηση:$10.8m/s$

ΑΣΚΗΣΗ 13

Δύο ίδιες λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι OA και OB, που έχουν μάζα $M = 4Kg$ και μήκος $L = 1.5m$ συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία



Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο AOB, που διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος OA είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$

α.να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O

β.από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο O, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκίνησης

γ.τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο Ox, να υπολογίσετε

1.το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων

2.το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O

Δίνονται: $g = 10m/s^2$, $\eta\mu 45^0 = \sigma\upsilon\nu 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7$

Πανελλαδικές εξετάσεις 2002

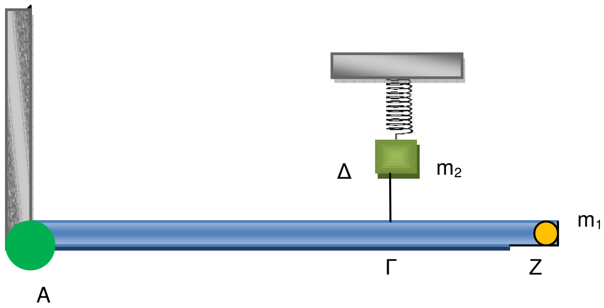
Απάντηση: $3Kgm^2$

$5rad/s^2$

$2rad/s$, $6Kg\dfrac{m^2}{s}$

ΑΣΚΗΣΗ 14

Ομογενής άκαμπτη ράβδος AZ έχει μήκος $L = 4m$, μάζα $M = 3Kg$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα



Στο άκρο της A υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Z υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m_1 = 0.6Kg$ και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα $\Delta\Gamma$ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας $m_2 = 1Kg$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση $A\Gamma$ είναι ίση με $2.8m$. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται όλες οι κινήσεις

Α. Να υπολογίσετε

1.τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης
2.το μέτρο της τάσης του νήματος $\Delta\Gamma$

Β. Αν κόψουμε το νήμα $\Delta\Gamma$, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1, υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο A
Να υπολογίσετε
1.το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά
2.το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Z, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση
Δίνονται: $g = 10m/s^2$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I_{CM} = \dfrac{1}{12}ML^2$, $\pi = 3.14$

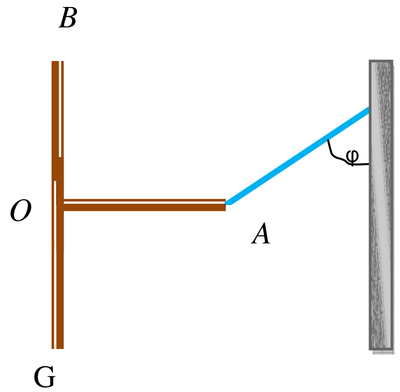
Πανελλαδικές εξετάσεις 2003

Απάντηση: $25.6Kgm^2$, $30N$

$0.314s$, $4\sqrt{6.5625}\dfrac{m}{s}$

ΑΣΚΗΣΗ 15

Τρεις ράβδοι OA, OB και $O\Gamma$ ισορροπούν με τη βοήθεια νήματος που σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^0$ με κατακόρυφο τοίχο όπως φαίνεται στο σχήμα



Στο σημείο O υπάρχει άρθρωση και οι ράβδοι μπορούν να περιστρέφονται γύρω από το σημείο αυτό σε κατακόρυφο επίπεδο. Οι ράβδοι OA και OB είναι κολλημένες στο σημείο O, ενώ η $O\Gamma$ είναι ανεξάρτητη
Να υπολογιστούν

α.Η δύναμη που ασκεί η άρθρωση στο σύστημα ράβδων OA, OB
β.Κόβουμε το νήμα. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του άκρου A όταν η ράβδος OA φτάσει στη θέση της $O\Gamma$
γ.Η ράβδος OA συγκρούεται με την ράβδο $O\Gamma$ και κολλάνε. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά τη σύγκρουση
δ.Αν μετά τη σύγκρουση το σύστημα διαγράφει γωνία 45^0, να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει σ'αυτή τη θέση

Δίνονται: $g = 10m/s^2$, $M_{OA} = M_{OB} = M_{O\Gamma} = 1Kg$, $L_{OA} = L_{OB} = L_{O\Gamma} = 0.3m$, $I_{O\Gamma} = 0.04Kgm^2$, ροπή αδράνειας ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$,

$$\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \sigma\upsilon\nu 60^0 = \frac{1}{2},\ \eta\mu 45^0 = \sigma\upsilon\nu 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7$$

Απάντηση: $10\sqrt{3}N$, 60^0
$3m/s$
$6rad/s$
$6.3rad/s$

ΑΣΚΗΣΗ 16

Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας $m = 10Kg$ και ακτίνας $R = 0.1m$ κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με $\eta\mu\varphi = 0.56$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $\upsilon_0 = 8m/s$. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα

α.το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή $t = 0$
β.το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της
γ.το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της
δ.το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει $\frac{30}{\pi}$ περιστροφές

Δίνονται: η ροπή της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της $I = \frac{2}{5}mR^2$ και $g = 10m/s^2$

Πανελλαδικές εξετάσεις 2004

Απάντηση: $80 rad/s$

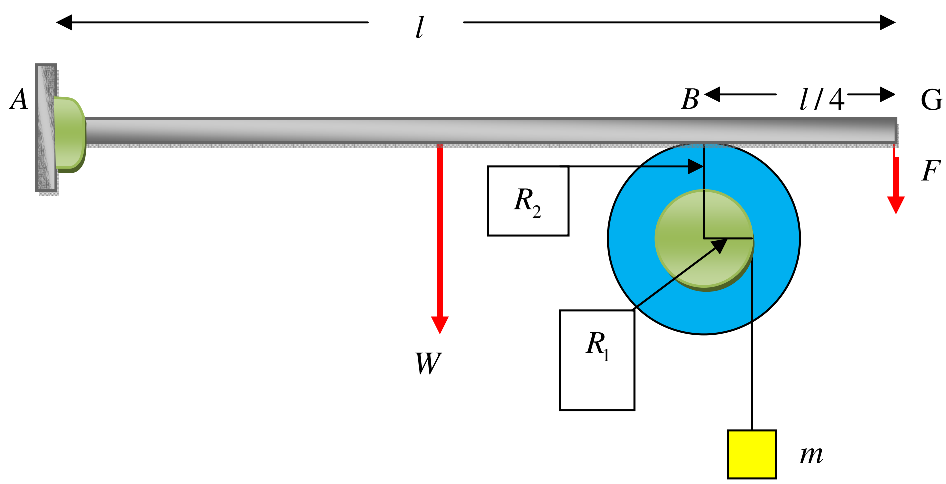
$4 m/s^2$

$1.6 Kg \frac{m^2}{s^2}$

$4 \frac{m}{s}$

ΑΣΚΗΣΗ 17

Άκαμπτη ομογενής ράβδος AG με μήκος l και μάζα $M = 3Kg$ έχει το άκρο της A αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο G ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου $9N$, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος AG εφάπτεται στο σημείο B με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1 = 0.1m$ και $R_2 = 0.2m$, όπως φαίνεται στο σχήμα



Η απόσταση του σημείου B από το άκρο G της ράβδου είναι $\frac{l}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I = 0.09 Kgm^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας $m = 1Kg$

α. να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο B από το στερεό

β. αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού

γ. στο σημείο επαφής B μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $0.5m$. Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο

δ. να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $0.5m$

Δίνεται: $g = 10 m/s^2$

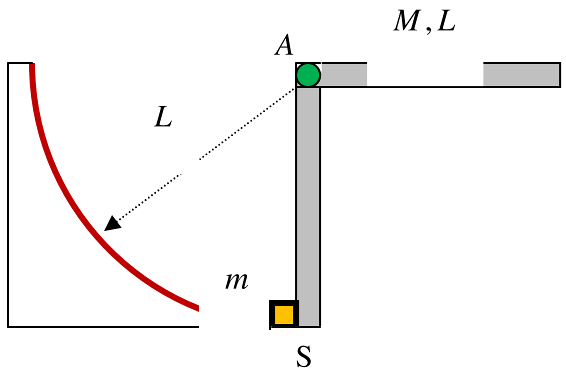
Πανελλαδικές εξετάσεις 2006

Απάντηση: $32N$
$5N$
$1m/s$

$9\frac{J}{s}$

ΑΣΚΗΣΗ 18

Ομογενής ράβδος μήκους $L = 0.3m$ και μάζας $M = 1.2Kg$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα



α.Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη
β.Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση
Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα S αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα $m = 0.4Kg$. Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας L, ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι $\frac{w}{5}$, όπου w η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση
γ.Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος S αμέσως μετά την κρούση
δ.Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση
Δίνονται:η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα A $I = \frac{1}{3}ML^2$ και $g = 10m/s^2$

Πανελλαδικές εξετάσεις 2007

Απάντηση: $50rad/s^2$
$0.36Kgm^2/s$
$2.4m/s$
32%