

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

(Στις σχετικές συναρτήσεις , εφόσον δεν αναφέρεται κάτι διαφορετικό, οι τιμές των x , y και t είναι στο S.I. Όταν αναφέρεται ότι «δύο υλικά σημεία του ελαστικού μέσου απέχουν x cm» υποδηλώνεται ότι x cm απέχουν οι θέσεις ισορροπίας των δύο αυτών ταλαντωτών»)

Τρέχοντα κύματα

1. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται, κατά τη θετική κατεύθυνση, ημιτονοειδές κύμα συχνότητας $f = 500 \text{ Hz}$, με ταχύτητα $v = 1000 \frac{m}{s}$

και πλάτος $A = 5 \text{ cm}$.

α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος. ii) την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης ενός μορίου του ελαστικού μέσου. β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα $x'x$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ για την πηγή δίνεται ότι $y=0, V > 0$.

[Απ.(α) i) 2 m ii) $2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$, $1000\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (β) $y = 0,05\eta\mu 2\pi(500t - 0,5x)$ (SI)]

2. Η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος στο οποίο διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο είναι $y = 0,04\eta\mu\pi(2t - 5x)$. Σας ζητούμε

α. να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β. να προσδιορίσετε την επιτάχυνση της ταλάντωσης ενός υλικού σημείου που απέχει από την πηγή 2 cm κατά τη χρονική στιγμή 1 s .

γ. να υπολογίσετε την απόσταση των δύο πλησιέστερων υλικών σημείων του μέσου τα οποία έχουν συνεχώς διαφορά φάσης $\pi/8$

3. Μια πηγή O που βρίσκεται στη θέση $x = 0$ του άξονα $x'x$ αρχίζει, τη στιγμή $t = 0$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0,04\eta\mu 4\pi t$ (SI).

Το να παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα με ταχύτητα $v = 50 \frac{m}{s}$.

α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

γ. Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να κινείται ένα σημείο M του άξονα $x'x$ που βρίσκεται στη θέση $x = 500 \text{ m}$;

δ. Τη χρονική στιγμή $t = 20 \text{ s}$ να βρείτε για το σημείο M

i) την απομάκρυνσή του y από τη θέση ισορροπίας του. ii) την ταχύτητά του.

iii) την επιτάχυνσή του.

[Απ.(α) 25 m (β) $y = 0,04\eta\mu 2\pi\left(2t - \frac{x}{25}\right)$ (SI) (γ) 10 s (δ) i) 0 ii) $0,16\pi \frac{m}{s}$

iii) 0]

4. Ένας αρμονικός ταλαντωτής Σ ταλαντώνεται με περίοδο $0,2 \text{ s}$ και πλάτος A έτσι ώστε η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης να είναι $\pi \text{ m/s}$ και δημιουργεί κύμα σε ορισμένο γραμμικό ελαστικό μέσο. Διαπιστώνεται ότι τα μεταξύ τους πλησιέστερα υλικά σημεία τα οποία βρίσκονται συνεχώς σε συμφωνία φάσης, απέχουν (οι θέσεις ισορροπίας τους) 5 cm . Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος, βασιζόμενοι στο ότι η εξίσωση της κίνησης του Σ είναι $y = A\eta\mu 10\pi t$.

5. Η εξίσωση γραμμικού αρμονικού κύματος είναι $y = 0,1\eta\mu 2\pi(2t - 0,1x)$ (SI). Να βρείτε α. την ταχύτητα του κύματος. β. την απόσταση δύο σημείων τα

οποία κάποια χρονική στιγμή έχουν μεταξύ τους διαφορά φάσης $\frac{3\pi}{2}$. γ. Τη

διαφορά φάσης ενός σημείου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1 = 20 \text{ s}$ και $t_2 = 25 \text{ s}$. [Απ. (α) $20 \frac{m}{s}$ (β) $7,5 \text{ m}$ (γ) 20 π rad]

6. Η κίνηση ενός αρμονικού ταλαντωτή Π περιγράφεται με τη συνάρτηση $y = 0,05\eta\mu 5\pi t$. Ο Π αποτελεί πηγή αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Διαπιστώνεται ότι κατά τη χρονική στιγμή $0,3 \text{ s}$, η απομάκρυνση ενός υλικού σημείου Σ, η θέση ισορροπίας του οποίου απέχει 8 cm από την αντίστοιχη του Π, είναι $+2,5 \text{ cm}$. Και άλλα υλικά σημεία κατά τη χρονική εκείνη στιγμή έχουν την ίδια απομάκρυνση με το Σ αλλά το Σ είναι πλησιέστερο στον ταλαντωτή Π. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

7. Ένα εγκάρσιο κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Θεωρούμε αρχή των αξόνων ένα σημείο στο οποίο βρίσκεται το υλικό σημείο Ο του μέσου ελαστικού μέσου. Θεωρούμε αρχή των χρόνων μία χρονική στιγμή κατά την οποία ενεργοποιείται το υλικό σημείο Ο, έτσι ώστε να βρίσκεται στη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τον θετικό ημιάξονα. Με δεδομένα ότι

(i) τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$ το σημείο Β με συντεταγμένη $x_B = 1,5 \text{ m}$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με κατεύθυνση προς τα αρνητικά για δεύτερη φορά στη διάρκεια του 1 s .

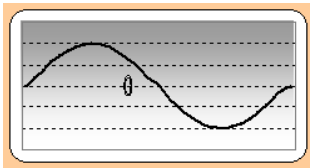
(ii) τη χρονική στιγμή 3 s το σημείο Γ με $x_\Gamma = 1 \text{ m}$ έχει φάση 18π .

α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα και το μήκος κύματος.

β. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης $\varphi_\Gamma - \varphi_B$ των κινήσεων των υλικών σημείων Γ και Β.

γ. Να κάνετε, σε κοινό διάγραμμα, τη γραφική παράσταση της χρονικής εξέλιξης της φάσης του Β και της φάσης του Γ.

8. Στο σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο ενός (τρέχοντος) κύματος το οποίο διαδίδεται προς τα δεξιά με ταχύτητα 6 m/s και συχνότητα 10 Hz . Να σχεδιάσετε από κάτω το στιγμιότυπο του ίδιου αυτού κύματος μετά από $1/40 \text{ s}$. (Στο σημείο 0 βρίσκεται υλικό σημείο με $x = 0$)



9. Σε ένα σημείο Ο, στην ελεύθερη εκτεταμένη επιφάνεια νερού που ηρεμεί, πέφτουν με σταθερό ρυθμό 120 σταγόνες το λεπτό. Δημιουργείται έτσι ένα επιφανειακό αρμονικό κύμα το οποίο θεωρούμε εγκάρσιο. Το πλάτος ταλάντωσης της πηγής Ο είναι σταθερό, ίσο με Α. Παρατηρούμε ότι κατά μήκος μιας ακτίνας διάδοσης Οx του κύματος σχηματίζονται 6 διαδοχικά "όρη" τα οποία καλύπτουν απόσταση $d = 2,5 \text{ m}$.

α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος.

β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

10. Κατά μήκος του άξονα $x'x$ εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_1 της χορδής περιγράφεται με την εξίσωση $y_1 = A\eta\mu 30\pi t$ (SI) ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_2 , που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου Π_1 , περιγράφεται με την εξίσωση: $y_2 = A(\eta\mu 30\pi t + \pi/6)$ (SI). Η απόσταση μεταξύ των σημείων Π_1 και Π_2 είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος

α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με τη μέγιστη ταχύτητα ταλά-ντωσης των σημείων της χορδής να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος

11. Μια πηγή Ο αρχίζει να εκτελεί, τη στιγμή $t = 0$, απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0,08\eta\mu\pi t$ (SI). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά

τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ με ταχύτητα $v = 2 \frac{m}{s}$.

α. Να βρείτε την περίοδο, τη συχνότητα και το μήκος κύματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημείο Μ που βρίσκεται στη θέση $x = 2 \text{ m}$.

δ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση φ της ταλάντωσης για τα διάφορα σημεία του ημιάξονα Ox , σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x , τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$.

[Απ. (α) 2 s , $0,5 \text{ Hz}$, 4 m (β) $y = 0,08\eta\mu 2\pi(0,5t - 0,25x)$ (SI)

(γ) $V = 0,08\pi\sigma\nu 2\pi(0,5t - 0,5)$ (SI), $a = -0,08\pi^2\eta\mu 2\pi(0,5t - 0,5)$ (SI) (δ) $\varphi = 5\pi - 0,5\pi x$ (SI)]

12. Ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον και έχει μήκος κύματος $\lambda = 24 \text{ m}$. Η εξίσωση δονήσεως της πηγής η οποία βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα είναι

$y = A\eta\mu \frac{2\pi}{T}t$. Κάποια χρονική στιγμή t δύο υλικά σημεία Μ, Ν τα οποία

βρίσκονται πάνω στον άξονα έχουν αντίστοιχα φάσεις $\varphi_1 = \frac{5\pi}{6}$ και $\varphi_2 = \frac{20\pi}{3}$.

α. Να αποδείξετε ότι το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο Ν προς το σημείο Μ.

β. Να υπολογίσετε την απόσταση ΜΝ.

[Απ. (β) 70 m]

13. Ένα ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ και έχει τα εξής χαρακτηριστικά: $A = 0,05 \text{ m}$, $\lambda = 0,8 \text{ m}$, $f = 4 \text{ Hz}$. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α. Στη θέση $x = 0$, για $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$.

β. Στη θέση $x = 0,1 \text{ m}$ για $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$.

[Απ. (α) $y = 0,05\eta\mu 2\pi(4t + 1,25x)$ (SI) (β) $y = 0,05\eta\mu 2\pi\left(4t + 1,25x + \frac{7}{8}\right)$ (SI)]

14. Δίνεται το αρμονικό κύμα με εξίσωση $y = 0,08\eta\mu(30t - 0,24x + \pi)$ (SI).

α. Να υπολογίσετε

i) την ταχύτητα του κύματος.

ii) τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου.

β. Να βρείτε την ταχύτητα της ταλάντωσης, τη στιγμή $t = 0$, ενός σημείου του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 25\pi/3 \text{ m}$.

γ. Να βρείτε την ταχύτητα της ταλάντωσης, τη στιγμή $t = 0,1\pi \text{ s}$, ενός σημείου του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 50\pi \text{ m}$.

[Απ. (α) i) $125 \frac{m}{s}$ ii) $V_{\max} = 2,4 \frac{m}{s}$ (β) $V = -2,4 \frac{m}{s}$ (γ) $V = 2,4 \frac{m}{s}$]

- 15.** Ένα ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ και έχει πλάτος $A=0,1\text{ m}$, μήκος κύματος $\lambda = 0,4\text{ m}$ και συχνότητα $f = 4\text{ Hz}$. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα. Για $t = 0$, στη θέση $x = 0$ η απομάκρυνση είναι $y = 0,1\text{ m}$.
- α. Να βρείτε i) την περίοδο και την κυκλική συχνότητα του κύματος.
ii) την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- β. Να προσδιορίσετε την αρχική φάση του κύματος και να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

[Απ. (α) i) $\frac{1}{4}\text{ s}, 8\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ii) $1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (β) $\frac{\pi}{2}, y=0,1\eta\mu 2\pi\left(4t-2,5x+\frac{1}{4}\right)$

(SI)]

- 16.** Πηγή παραγωγής ημιτονοειδών κυμάτων βρίσκεται στην αρχή O ομογενούς χορδής μεγάλου μήκους. Η εξίσωση δονήσεως του σημείου O είναι

$y=4\cdot 10^{-2}\eta\mu 10\pi t$ (SI) και το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση. Το μήκος κύματος είναι $\lambda = 0,8\text{ m}$.

- α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;
β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
γ. Πόση είναι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t=1,25\text{ s}$ ενός σημείου της χορδής το οποίο απέχει από την πηγή O απόσταση $x=4\text{ m}$.

[Απ. (α) $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (β) $y=4\cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi(5t-1,25x)$ (SI) (γ) $4\cdot 10^{-2}\text{ m}$]

- 17.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα με πλάτος

$A=4\text{ cm}$, μήκος κύματος $\lambda = 20\text{ cm}$ και ταχύτητα $v=2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Τη χρονική στιγμή t

$= 0$ το κύμα φθάνει στο σημείο O , αρχή του άξονα $x'x$. Για το σημείο O δίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά την αρνητική φορά.

- α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου O σε συνάρτηση με το χρόνο.
β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σημείο A του ελαστικού μέσου το οποίο έχει συντεταγμένη $x = 15\text{ cm}$, σε συνάρτηση με το χρόνο.
γ. Να σχεδιάσετε τη μορφή του ελαστικού μέσου, δεξιά του σημείου O , τις χρονικές στιγμές: $0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, 2T, \frac{5T}{2}$.

Απ. (α) $y=4\eta\mu(20\pi t+\pi)$ (β) $y=4\eta\mu\left(20\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$ (y σε cm, t σε s)]

- 18.** Το άκρο O γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου αρχίζει, τη στιγμή $t = 0$, να εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y=10\eta\mu 20\pi t$ (t σε s, y σε cm), οπότε διαδίδεται, κατά μήκος του ημιάξονα Ox , κύμα με ταχύτητα

$v=1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- α. Πόσο είναι το μήκος κύματος;
β. Πότε αρχίζει να ταλαντώνεται ένα σημείο M του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή O απόσταση $x = 2\text{ m}$;
γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου M και να υπολογίσετε την τιμή της τη χρονική στιγμή $t_1 = 5,625\text{ s}$. Ποια είναι η τιμή της φάσης του σημείου M την παραπάνω χρονική στιγμή;
δ. Πόσο απέχει από το σημείο M , ένα σημείο N το οποίο την ίδια χρονική στιγμή ($t_1 = 5,625\text{ s}$) έχει φάση $\varphi_N = 72\pi + \frac{2\pi}{3}$; Κατά ποια φορά διαδίδεται το κύμα;
ε. Να παραστήσετε γραφικά τη μεταβολή της φάσης του σημείου M σε

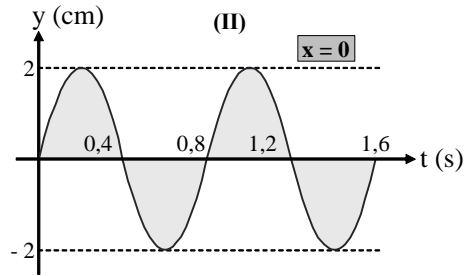
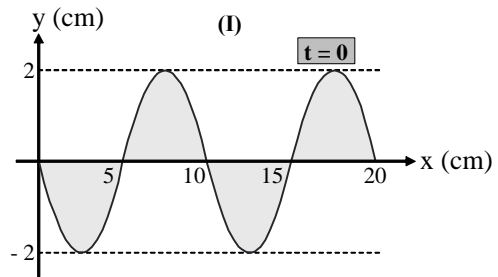
συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ. (α) $0,1 \text{ m}$ (β) 2 s (γ) $y_M = 10\eta\mu 2\pi(10t - 20)$ (t σε s, y σε cm), 10 cm ,
 $\varphi_M = 72\pi + \frac{\pi}{2}$ (δ) $\frac{1}{120} \text{ m}$ από το N προς το M]

19. Στα σχήματα φαίνονται δύο γραφικές παραστάσεις για εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.

Θεωρούμε ως αρχή $x = 0$ τη μια άκρη του γραμμικού ελαστικού μέσου. Με βάση τις πληροφορίες που παρέχουν οι γραφικές παραστάσεις (I) και (II), να βρείτε

- α. το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος.
- β. την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- γ. την εξίσωση του κύματος.
- δ. την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός μορίου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση $x = 10 \text{ cm}$ τη χρονική στιγμή $t = 0,8 \text{ s}$.
- ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος κατά τη χρονική στιγμή $t = 0,4 \text{ s}$.



[Απ. (α) 10 cm , $0,8 \text{ s}$ (β) $12,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ (γ) $y = 2\eta\mu 2\pi\left(1,25t - \frac{x}{10}\right)$ (t σε s, y

και x σε cm)

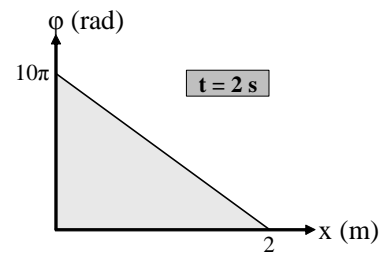
(δ) $0, 5\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}, 0]$

20. Θεωρούμε σημειακή πηγή παραγωγής κυμάτων της οποίας η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση $y = 2\eta\mu(2\pi t + \phi)$ (t σε s, y σε cm). Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η πηγή βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας της. Όταν η πηγή περνάει από τη θέση ισορροπίας της για τρίτη φορά, το κύμα που παράγεται από αυτήν έχει διαδοθεί σε απόσταση $d = 25 \text{ cm}$.

- α. Να βρείτε τη γωνία ϕ .
- β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα $x'x$ του ελαστικού μέσου, με αρχή 0 τη θέση της πηγής και προς τη θετική φορά.
- γ. Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα της ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, για ένα μόριο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 10 \text{ cm}$.
- δ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση φ της ταλάντωσης για τα διάφορα σημεία του ημιάξονα Ox , σε συνάρτηση με την απόστασή τους x από την πηγή 0 τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$.
- ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 4,5 \text{ s}$.

[Απ. (α) $\frac{\pi}{2}$ (β) $y = 2\eta\mu 2\pi\left(t + \frac{1}{4} - \frac{x}{20}\right)$ (t σε s, x, y σε cm)

21 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα πλάτους $A=0,1\text{ m}$ διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$. Η εξίσωση δονήσεως της πηγής O , που βρίσκεται στην αρχή του άξονα $x'x$, είναι $y = A\eta\mu\omega t$. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή τη χρονική στιγμή $t = 2\text{ s}$.



α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος.

β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

δ. Να βρείτε για τη χρονική στιγμή $t = 4\text{ s}$ και για το σημείο A του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή O απόσταση $x = 1\text{ m}$,
 i) την απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του.

ii) την ταχύτητά του.

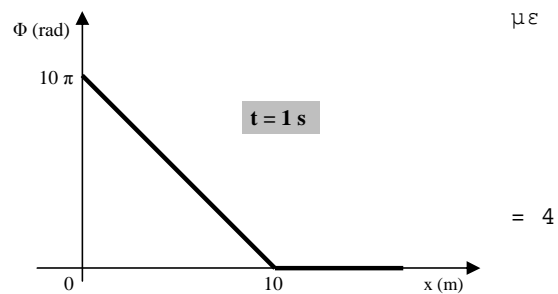
iii) την επιτάχυνσή του.

ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 2\text{ s}$.

[Απ. (α) $0,4\text{ s}$ $0,4\text{ m}$ (β) $1\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (γ) $y = 0,1\eta\mu 2\pi(2,5t - 2,5x)$ (SI) (δ) i) 0

ii) $-0,5\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}$ iii) 0]

22. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου που συμπίπτει με τον άξονα $x'x$, κατά τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή βρίσκεται στη θέση $x = 0$ και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ σύμφωνα με την εξίσωση $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\omega t$ (S.I.). Στο διάγραμμα δίνεται η μεταβολή της φάσης του κύματος σε συνάρτηση τη τετμημένη x των σημείων του ελαστικού μέσου κατά τη χρονική στιγμή $t = 1\text{ s}$.



α. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

β. Για το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x\text{ m}$, να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο,

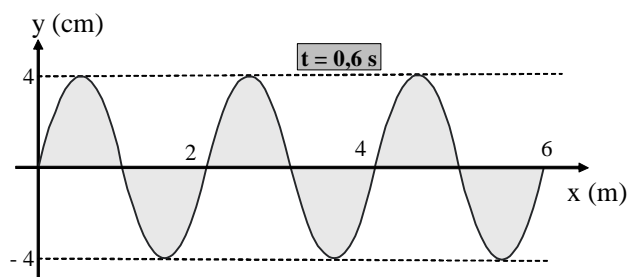
1. την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και

2. τη φάση της ταλάντωσής του.

γ. Για το σημείο του ελαστικού μέσου, του οποίου η φάση τη χρονική στιγμή $t = 1,6\text{ s}$ είναι $4\pi\text{ rad}$, να παραστήσετε γραφικά την επιτάχυνσή του σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τις χρονικές στιγμές $0,6\text{ s}$ και $0,65\text{ s}$.
 [Απ. $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi(5t - 0,5x)$ (S.I.)]

23. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου που συμπίπτει με τον άξονα $x'x$, κατά τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή βρίσκεται στη θέση $x = 0$



και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ σύμφωνα με την εξίσωση $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu(\omega t + \pi)$ (S.I). Στο διάγραμμα δίνεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 0,6$ s.

α. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

β. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με την τετμημένη x τη φάση του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 1$ s..

γ. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο τη φάση της ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση $x = 8$ m.

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 0,7$ s.

24. Η εξίσωση ταλάντωσης της αρχής O ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο ταυτίζεται με τον ημιάξονα Ox , σε συνάρτηση με το χρόνο είναι

$y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10\pi \cdot t + \frac{5\pi}{3}\right)$ (S.I). Στο σχήμα δίνεται

το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 0$ κατά την οποία το κύμα έχει διαδοθεί

σε απόσταση από την αρχή O ίση με $x_0 = \frac{5}{3}$ m.

A. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την ταχύτητα του παραγόμενου κύματος.

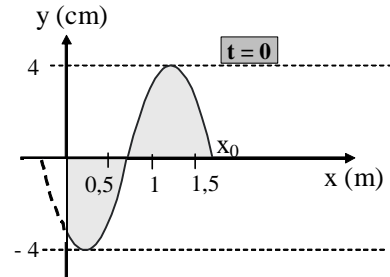
B. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

Γ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση της ταλάντωσης των σημείων του ημιάξονα O , σε συνάρτηση με τη θέση x , κατά τη χρονική στιγμή $t = 1$ s.

Δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 13/12$ s.

E. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση της ταλάντωσης του σημείου του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση $x = 29/3$ m, σε συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ. 2 m, 10 m/s, $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi\left(5t - 0,5x + \frac{5}{6}\right)$ (S.I)]



25. Η εξίσωση ταλάντωσης της αρχής O ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο ταυτίζεται με τον ημιάξονα Ox , σε συνάρτηση με το χρόνο είναι

$y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10\pi \cdot t + \frac{5\pi}{3}\right)$ (S.I). Στο σχήμα δίνεται το

στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 0$ κατά την οποία το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση

από την αρχή O ίση με $x_0 = \frac{2}{3}$ m.

A. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την ταχύτητα του παραγόμενου κύματος.

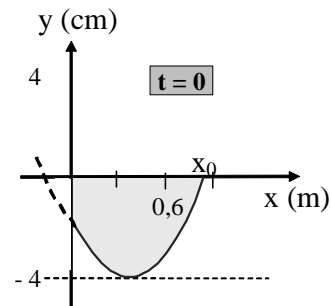
B. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

Γ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση της ταλάντωσης των σημείων του ημιάξονα O , σε συνάρτηση με τη θέση x , κατά τη χρονική στιγμή $t = 1$ s.

Δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 13/12$ s.

E. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση της ταλάντωσης του σημείου του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση $x = 29/3$ m, σε συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ. 2 m, 10 m/s, $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi\left(5t - 0,5x + \frac{5}{6}\right)$ (S.I)]



- 26.** Πάνω στην επιφάνεια υγρού που ηρεμεί πέφτουν 300 σταγόνες κάθε δύο λεπτά. Δύο σημεία που απέχουν πάνω στην ίδια ακτίνα 45 cm παρουσιάζουν κάθε χρονική στιγμή διαφορά φάσης $3\pi/2$. Το κάθε σημείο του υγρού ταλαντώνεται με μέγιστη ταχύτητα π m/s να υπολογίσετε:
- Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος
 - Την εξίσωση ταλάντωσης σημείου M που απέχει 6 μέτρα από το σημείο που πέφτουν οι σταγόνες
 - Την απομάκρυνση του σημείου M την χρονική στιγμή 8 sec
 - Αν $m = 4$ g να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης κάθε σημείου
($1,5$ m/s, $0,2\eta\mu 2\pi(2,5t - 10)$, 0 , $0,02J$)
- 27.** Κύμα διαδίδεται σε ελαστικό μέσο με ταχύτητα 10 m/s. Δυο σημεία M και N βρίσκονται στις θέσεις $\chi_M = +7$ m και $\chi_N = -6$ m. και ισχύει $\varphi_M = \varphi_N + 13\pi$. Επίσης για το σημείο $\chi=0$ η ταχύτητα ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $u = \pi \sin 10\pi t$. Ζητούνται:
- Προς ποια κατεύθυνση κινείται το κύμα;
 - Η εξίσωση κύματος
 - Η απομάκρυνση του σημείου M όταν το σημείο N έχει απομάκρυνση $+0,05$ m
 - Η ταχύτητα του M όταν το N έχει απομάκρυνση 0 m και κινείται από το σημείο ισορροπίας προς το $+A$
 - Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σημείου N σε συνάρτηση με το χρόνο αν δεχθούμε ότι στο σημείο N υπάρχει στοιχειώδης μάζα 20 g από δεξιά προς αριστερά, $0,1$ ημ $2\pi(5t + x/2)$, $-0,05$ m, $-\pi$ m/s, $-0,1\pi^3$ ημ $2\pi(10t - 6)$)
- 28.** Η εξίσωση της πηγής Π ενός κύματος που διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο προς τα δεξιά είναι: $y = 0,05$ ημ ωt . Στο διάγραμμα $\varphi = \varphi(x)$ για την χρονική στιγμή $t_1 = 5$ sec, η καμπύλη τέμνει τον άξονα των φάσεων στη θέση 20π rad και τον άξονα των χ στη θέση 1 m.
- Να βρεθούν: I) Η u του κύματος, II) Η εξίσωση του κύματος, και III) η εξίσωση απομάκρυνσης σημείου K που βρίσκεται στη θέση $+0,6$ m
 - Να σχεδιάσετε: Το $y_K = f(t)$, την $v_K = f(t)$, Το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $1,25$ sec, Το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή 2 sec, Την $\varphi = \varphi(t)$ σημείου Λ που βρίσκεται σε θέση $+0,3$ m
(a. $0,2$ m/s, $0,05$ ημ $2\pi(2t - 10x)$, $0,05$ ημ $2\pi(2t - 6)$)
- 29.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση του άξονα $\chi\chi'$ εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα με $A = 0,04$ m, $\lambda = 0,2$ m και ταχύτητα $u = 2$ m/s. Την $t = 0$ το κύμα φτάνει στο σημείο O, αρχή των αξόνων, για το οποίο δίνεται ότι την $t=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την αρνητική φορά.
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου O σε συνάρτηση με το χρόνο
 - Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σημείου A που βρίσκεται στη θέση $\chi=0,15$ m, σε συνάρτηση με το χρόνο
 - Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο δεξιά του O για τις χρονικές στιγμές 0 , $T/2$, T , $3T/2$, $2T$, $5T/2$ (προσέξτε την αρχική φάση της πηγής)