ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

1ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. β.

2. α.

3. δ.

4. α.

5. α-Λ, β-Σ, γ-Λ, δ-Λ, ε-Σ.

ΘΕΜΑ Β

1. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Το μέγιστο ρεύμα σε μια ηλεκτρική ταλάντωση βρίσκεται από τη σχέση $I = \omega Q$ (1)

Από το σχήμα προκύπτει $Q_A = Q_B$ και $T_A = 2T_B$ (2)

Από τη σχέση (2) για τις γωνιακές συχνότητες προκύπτει:

$$\frac{2\pi}{\omega_A} = 2\frac{2\pi}{\omega_B} \Rightarrow \omega_B = 2\omega_A$$

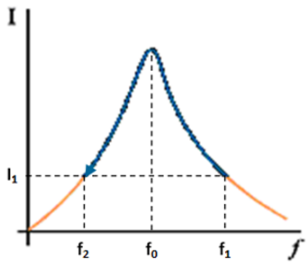
Με αντικατάσταση στη σχέση (1), για το πηλίκο των μέγιστων ρευμάτων παίρνουμε:

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{\omega_A Q_A}{\omega_B Q_B} = \frac{\omega_A}{2\omega_A} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{1}{2}$$

2. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Το πλάτος I της έντασης του ρεύματος παίρνει τη μέγιστη τιμή όταν η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης (διεγέρτης) γίνει ίση με τη συχνότητα της ελεύθερης ηλεκτρικής ταλάντωσης (ιδιοσυχνότητα f_0): $f = f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (συντονισμός).

Στο σχήμα φαίνεται η συχνότητα συντονισμού $f = f_0$, η αρχική συχνότητα $f = f_1 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$, για την οποία το πλάτος της έντασης του ρεύματος είναι ίσο με I_1 και η συχνότητα f_2, για την οποία το πλάτος της έντασης του ρεύματος γίνεται ξανά ίσο με I_1.



Παρατηρούμε ότι η συχνότητα f_2 είναι μικρότερη από την f_0, δηλαδή μικρότερη από $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

3. Η σωστή απάντηση είναι το β.

Από το σχήμα υπολογίζουμε την περίοδο του διακροτήματος.

$$T_\delta = 0,75s - 0,25s \quad \Rightarrow \quad T_\delta = 0,5\,s$$

Επομένως, η συχνότητα του διακροτήματος είναι: $f_\delta = \frac{1}{T_\delta} \quad \Rightarrow \quad f_\delta = 2\,Hz$

Για τη συχνότητα του διακροτήματος ισχύει: $f_\delta = |f_2 - f_1|$ και $f_2 > f_1$, άρα

$$f_2 - f_1 = 2Hz \quad \Rightarrow \quad f_2 - 19Hz = 2Hz \quad \Rightarrow \quad f_2 = 21\,Hz$$

Η γωνιακή συχνότητά της ισούται με τη μέση τιμή των ω_1, ω_2 υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \Rightarrow \quad 2\pi\bar{f} = \frac{2\pi f_1 + 2\pi f_2}{2} \quad \Rightarrow \quad \bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad \Rightarrow \quad \bar{f} = 20\,Hz$$

ΘΕΜΑ Γ

α) Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ρεύματος είναι $\frac{T}{2}$, οπότε $\frac{T}{2} = 2\pi \cdot 10^{-5}s \Rightarrow T = 4\pi \cdot 10^{-5}s$.

Από τον τύπο της περιόδου έχουμε $T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-5} s)^2}{4\pi^2 \cdot 4 \cdot 10^{-7} F} \Rightarrow L = 10^{-3} H$

β)Τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχουμε $q = +Q$, οπότε η εξίσωση του φορτίου με το χρόνο είναι: $q = Q \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t$ (1)

Η γωνιακή συχνότητα ω είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\pi \cdot 10^{-5} s} \Rightarrow \omega = 5 \cdot 10^4 \frac{rad}{s}$

Το μέγιστο φορτίο υπολογίζεται από τη σχέση $I = \omega Q$.

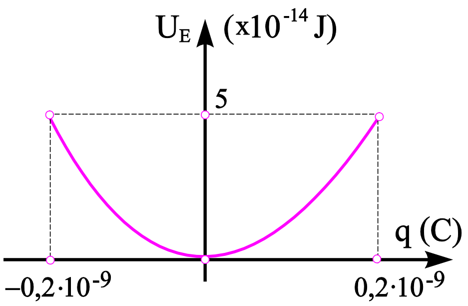
Έχουμε $Q = \frac{I}{\omega} = \frac{10^{-5} A}{5 \cdot 10^4 \frac{rad}{s}} \Rightarrow Q = 0,2 \cdot 10^{-9} C$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε: $q = 0,2 \cdot 10^{-9} \sigma\upsilon\nu(5 \cdot 10^4 t)$ (SI)

γ) Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση $U_E = \frac{q^2}{2C}$,

$U_E = \frac{q^2}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-7} F} \Rightarrow U_E = 1,25 \cdot 10^6 q^2$ (SI) με $-0,2 \cdot 10^{-9} C \le q \le 0,2 \cdot 10^{-9} C$

Για $q = 0,2 \cdot 10^{-9} C$ προκύπτει $U_E = 5 \cdot 10^{-14} J$. Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα.



δ) $\frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{\Delta(q/C)}{\Delta t} = \frac{1}{C}\frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{i}{C}$ (2)

Πρέπει να βρούμε τη συνάρτηση $i = f(t)$.

Όταν το φορτίο μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $q = Q \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t$, η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $i = -\omega Q \cdot \eta\mu\omega t$, οπότε έχουμε:

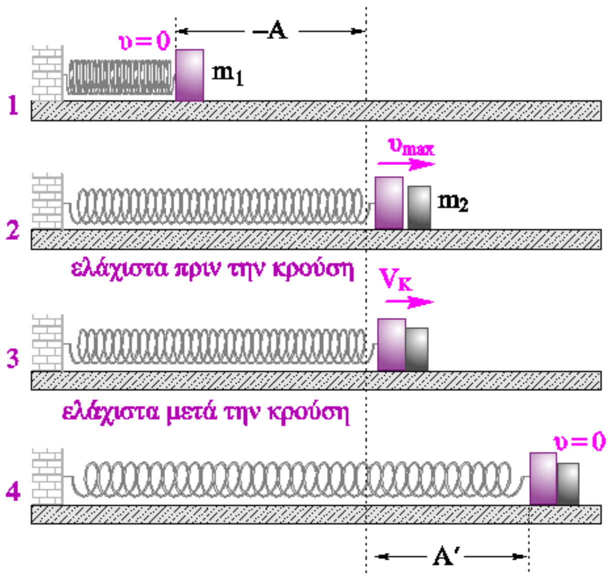
$$i = -5 \cdot 10^4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-9} \cdot \eta\mu(5 \cdot 10^4 t) \ \ (SI) \Rightarrow \ i = -10^{-5} \cdot \eta\mu(5 \cdot 10^4 t) \ \ (SI)$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

$$\frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{-10^{-5} \cdot \eta\mu(5 \cdot 10^4 t)}{4 \cdot 10^{-7} F} \Rightarrow \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = -25 \cdot \eta\mu(5 \cdot 10^4 t) \ (SI)$$

ΘΕΜΑ Δ

α)



Για τη σύγκρουση των δύο σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

$$m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) V_\kappa \quad (1)$$

Η σύγκρουση γίνεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, οπότε η ταχύτητα υ_1 δηλώνει τη μέγιστη ταχύτητα της αρχικής ταλάντωσης, $\upsilon_1 = \upsilon_{max}$. Από τη διατήρηση της ενέργειας, για την αρχική ταλάντωση, μεταξύ της θέσης ισορροπίας και της ακραίας θέσης, βρίσκουμε τη υ_{max}.

$$K_2 = U_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2_{max} = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \upsilon_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A = \sqrt{\frac{576N/m}{3kg}} \cdot \frac{\sqrt{12}}{12}m \Rightarrow \upsilon_{max} = 4\frac{m}{s}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$V_\kappa = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1}{m_1 + m_2} = \frac{3kg \cdot 4m/s}{3kg + 1kg} \Rightarrow V_\kappa = 3\frac{m}{s}$$

β) Η ζητούμενη σχέση στη γενική της μορφή γράφεται:

$$x = A' \cdot \eta\mu(\omega' t + \varphi_0) \quad (2)$$

Πρέπει να υπολογίσουμε τα $A',\ \omega', \varphi_0$.

Επειδή το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, η θέση ισορροπίας της νέας ταλάντωσης παραμένει ίδια με την παλιά, οπότε τη χρονική στιγμή $t = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και έχει θετική ταχύτητα.

Αυτό μας επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι:

- η νέα ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση, $\varphi_0 = 0$

- η ταχύτητα του συσσωματώματος, $V_\kappa = 3m/s$, αποτελεί τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.

Η γωνιακή συχνότητα της νέας ταλάντωσης είναι:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{576\ N/m}{3kg + 1kg}} \Rightarrow \omega' = 12\frac{rad}{s}$$

Από τη σχέση της μέγιστης ταχύτητας βρίσκουμε το πλάτος της νέας ταλάντωσης:

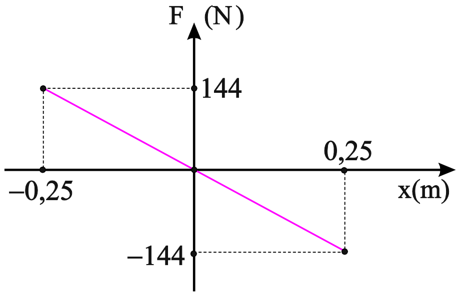
$$V_\kappa = \upsilon'_{max} = \omega' A' \Rightarrow A' = \frac{V_\kappa}{\omega'} = \frac{3m/s}{12rad/s} \Rightarrow \quad A' = \frac{1}{4}m = 0,25m$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

$$x = 0,25 \cdot \eta\mu(12t) \quad (SI) \qquad (3)$$

γ) $F_{\varepsilon\pi\alpha\nu} = \Sigma F = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\pi\alpha\nu} = -576x \quad (SI) \quad \mu\varepsilon\ -0,25m \le x \le 0,25m$

Για $x = 0,25m$ προκύπτει $F = 144N$. Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα.



δ) $\dfrac{dK}{dt} = \dfrac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \dfrac{\Sigma F \cdot \Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon \Rightarrow \dfrac{dK}{dt} = -kx\upsilon \quad (4)$

Υπολογίζουμε τα $x,\ \upsilon$ τη χρονική στιγμή που ισχύει $U = \dfrac{K}{15}$ ή $K = 15U$.

Από τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση παίρνουμε:

$$U + K = E \Rightarrow U + 15U = E \Rightarrow U = \frac{1}{16}E \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{16}\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{16}\,m$$

Επειδή αναφερόμαστε σε στιγμή με θετική απομάκρυνση αποδεκτή τιμή είναι μόνο η $x = +\dfrac{1}{16}\,m$.

Η ταχύτητα βρίσκεται με εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας στην ταλάντωση.

$$U + K = E \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \upsilon = \pm\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}(A^2 - x^2)} \Rightarrow$$

$$\upsilon = \pm\sqrt{\frac{576N/m}{3kg + 1kg}\cdot\left[(\frac{1}{4}m)^2 - (\frac{1}{16}m)^2\right]} \Rightarrow \upsilon = \pm 3\frac{\sqrt{15}}{4}\frac{m}{s}$$

Επειδή αναφερόμαστε σε χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα κινείται από θετική απομάκρυνση προς τη θέση ισορροπίας, αποδεκτή τιμή είναι η $\upsilon = -3\dfrac{\sqrt{15}}{4}\dfrac{m}{s}$.

Με αντικατάσταση στη σχέση (4) βρίσκουμε:

$$\frac{dK}{dt} = -576\frac{N}{m}\cdot\frac{1}{16}m\cdot(-3\frac{\sqrt{15}}{4}\frac{m}{s}) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 27\sqrt{15}\frac{J}{s}$$